

УДК 519.86

**МОДЕЛЬ «ХИЩНИК-ЖЕРТВА» КАК МЕТОД ОПИСАНИЯ СИСТЕМЫ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОГО КЛАСТЕРА****Сафронов Николай Витальевич,**преподаватель, Пензенский техникум железнодорожного транспорта – филиал
Приволжского государственного университета путей сообщения, г. Пенза

e-mail: nikolaj.safronov.2019@mail.ru

Аннотация

В статье исследуется модель «хищник-жертва» как способ описания системы образовательно-производственного кластера. Дается математическая интерпретация модели, рассматривается частное решение, описываются варианты для возможности ее модификации для описания различных процессов. Приводится аналогия объектов в системах различных типов: биологическая, экономическая, образовательная. Описываются ограничения, которые необходимо учитывать при использовании модели для описания системы.

Ключевые слова: образовательно-производственный кластер, математическая модель, экосистема.

**THE “PREDATOR-PREY” MODEL AS A METHOD FOR DESCRIBING THE
SYSTEM OF AN EDUCATIONAL-PRODUCTION CLUSTER****Safronov Nikolay Vitalievich,**Teacher, Penza College of Railway Transport, branch of the Volga State University of Railway
Engineering, Penza

e-mail: nikolaj.safronov.2019@mail.ru

ABSTRACT

The article analyzes the use of the predator-prey model to describe the system of an educational-production cluster. A mathematical interpretation of the model is provided, a particular solution is considered, and options for modifying it to describe various processes are described. An analogy is drawn between objects in systems of different types: biological, economic, and educational. The limitations that must be taken into account when using the model to describe the system are described.

Keywords: educational cluster, mathematical model, ecosystem.

Математическая модель «хищник-жертва» была разработана в начале XX века независимо 2 учеными, благодаря чему получила имя Лотки-Вольтерры. Модель была создана как способ математического описания динамических процессов в природе. Модель представлена в виде системы дифференциальных уравнений вида (1):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (\alpha - \beta y)x \\ \frac{dy}{dt} = (-\gamma + \delta x)y \end{cases} \quad (1)$$

где в исходной формулировке x – численность популяции хищников, y – численность жертв, t – временной период, α и δ – коэффициенты рождаемости жертв и хищников соответственно, β – коэффициент эффективности деятельности хищников, γ – коэффициент, с которым умирают хищники [1].

Особая роль модели состоит в том, что она позволяет описать динамические процессы, происходящие в различных сферах. Модель «хищник-жертва» используется для анализа процессов в биологии, экологии, медицине, радиофизике, социологии, экономики [2]. Она описывает процессы в взаимосвязанных системах, для которых реализуются модели кооперации и конкуренции. Одним из примеров такой модели служит социально-экономическая модель образовательно-производственного кластера, деятельность которого можно отождествить как экосистему. Образовательно-производственный кластер – динамическая модель взаимоотношений между базовыми компонентами, в роли которых выступают образовательные учреждения, предприятия-работодатели, бизнес-партнеры, государственные организации, направленная на обеспечение оптимального соотношения между количеством вакансий с определенными требованиями и числом выпускников, обладающих необходимым уровнем компетенций для работы в определенной сфере.

Модель Лотки-Вольтерры может быть использована для анализа прогноза в потребностях трудоспособного населения в образовательно-производственном кластере [3]. Так в системе (1) x – число студентов кластера, y – количество необходимых специалистов, α – коэффициент, показывающий прирост студентов, β – коэффициент, который показывает убыль кадров, $\frac{dx}{dt}$ – динамика изменений в количестве обучающихся, $\frac{dy}{dt}$ – динамика изменений в кадровых потребностях.

Рассмотрим закрытую образовательную систему, участники которой не выходят напрямую на профильное предприятие-работодателя. В данной системе имеет место быть уравнение (2):

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x \quad (2)$$

При встрече «хищников» (работодателей) и «жертв» (потенциальных работников), частота возникновения которых пропорциональна величине $y * x$, происходит закрытие части вакансий, число безработных студентов за период уменьшается с коэффициентом β , а число новых вакансий со временем растет с коэффициентом δ . Анализируя данные процессы, получим систему уравнений (3):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta yx \\ \frac{dy}{dt} = -\gamma y + \delta yx \end{cases} \quad (3)$$

Если вынести за скобки параметры x и y из 1 и 2-ого уравнения соответственно, получим исходную систему уравнений (1).

Проводя математический анализ системы (1), можно заметить, что при отсутствии новых кадров, работодатели начнут терпеть убытки, и в конечном итоге сфера деятельности перестанет существовать. При $x=0$ ее решение можно представить в виде формулы (4):

$$y = C_1 \cdot e^{-\gamma t}, C_1 \in R. \quad (4)$$

Величина y убывает с экспоненциальной скоростью. При $y = 0$ решение системы уравнений выглядит в виде формулы (5):

$$x = C_2 \cdot e^{\alpha \cdot t}, C_2 \in R \quad (5)$$

Число «жертв», т.е. студентов, ищущих работу по специальности, растет со скоростью, которая зависит от параметра α .

Система (1) имеет определенное равновесное состояние, при котором количество «хищников» и «жертв» (работодателей и выпускников, желающих трудоустроиться по специальности) является постоянной величиной. Это состояние является состоянием баланса на рынке труда, при котором достигается оптимальное соотношение вакансий и людей, желающих найти работу. Отклонения от текущего состояния и приводят к колебательным процессам. Модель Лотки-Вольтерры – открытая динамическая система.

По аналогии с экологической моделью, для системы образовательно-производственного кластера действует ряд ограничений:

ни студенты-выпускники, ни работодатели не выходят из системы;

элементы других структур не задействованы в образовательно-производственном кластере (это является минусом модели, используются различные модификации);

модель не учитывает уход студентов из системы по каким-либо дополнительным признакам (сфера деятельности, переезд и т.д.) [4].

Для стандартной модели «хищник-жертва» создано большое количество модификаций. Одна из них учитывает миграцию, т.е. выход из системы студентов и работодателей и имеет вид (6):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (\alpha - \beta y)x + C(x) \\ \frac{dy}{dt} = (-\gamma + \delta x)y + D(x) \end{cases} \quad (6)$$

$C(x)$ и $D(x)$ – число студентов и работодателей, покинувших систему.

В исследовании [3] образовательно-производственный кластер рассматривается как экосистема, динамика изменений параметров $\frac{dx}{dt}$ и $\frac{dy}{dt}$ представлена на рисунке 1. В качестве одной из основных тенденций, которые можно заметить по графику, следует выделить взаимную зависимость колебаний численности студентов от числа необходимых специалистов. Когда выпускается большое количество студентов, у работодателя появляется много возможностей для выбора, развития сотрудников, компании совершенствуются и прогрессируют. В качестве «хищника» в данной модели могут выступать крупные бизнес-организации, предприятия-работодатели, в качестве «жертвы» – малые организации, рядовые сотрудники.

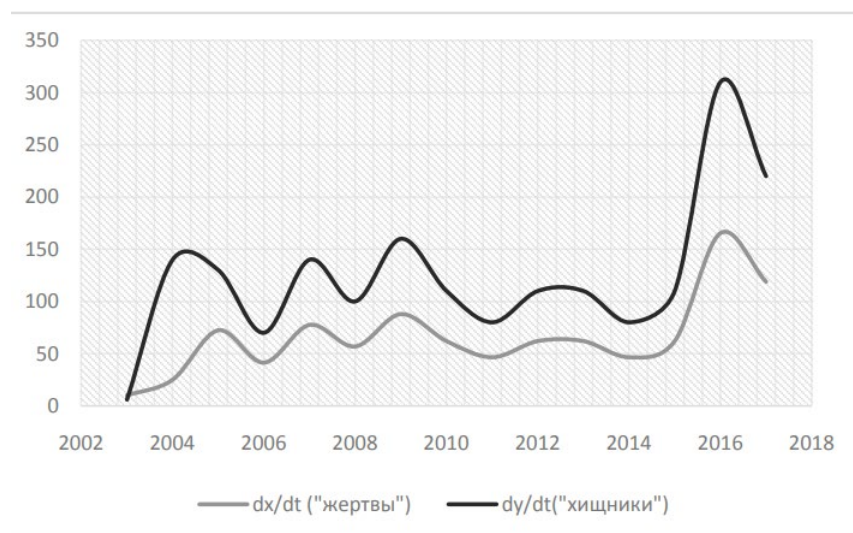


Рисунок 1– Динамика изменения параметров для модели «хищник-жертва» для системы образовательно-производственного кластера

Проведем аналогию биологической экосистемы, экономической и системы образовательно-производственного кластера [5]. Результаты сопоставления представлены в таблице 1.

Таблица 1 – элемент модели «хищник-жертва» в различных системах

Биологическая	Экономическая	Образовательно-производственная
хищник	крупный бизнес, гос. корпорации	работодатели
жертва	ИП, малый бизнес	студенты
биомасса	капитал	трудовые ресурсы
выживание в природе	рынок труда	рынок образовательных ресурсов
растения	ресурсы	учреждения СПО
травоядные	экономические агенты, малые инновационные предприятия	учреждения высшего образования

Модель «хищник-жертва» – один из способов математического описания функционирования образовательно-производственного кластера. Универсальность модели позволяет применять ее в различных сферах деятельности. Использование различных модификаций и уточнений дает возможность с разной степенью точности описать процессы, происходящие в системе.

Список литературы:

1. Трубецков Д.И. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2011. Т.19. №2. С.69-88
2. Титов В.А., Вейнберг Р.Р. Анализ существующих динамических моделей на базе системы уравнений Лотки-Вольтерры «хищник-жертва» // Фундаментальные исследования. 2016. № 8-2. С. 409-413.
3. Флек М.Б., Угнич Е.А. Профессионально-образовательный кластер как экосистема: развитие в условиях цифровой трансформации // Journal of economic regulation. 2018.Т.9. №4. С. 409-413.
4. Иванов, Д. Я догоняю, ты убегаешь. Что такое модель Лотки-Вольтерры и как она помогает биологам /Д. Иванов // [Электронный ресурс]: <https://nplus1.ru/material/2019/12/04/lotka-volterra-model>. (дата обращения: 15.08.2026).
5. Романов В.П., Ахмадеев Б.А. Моделирование инновационной экосистемы на основе модели «хищник-жертва» // Бизнес-информатика. 2015. №1(31). С.7-17.

References:

1. Trubetskov D.I. The phenomenon of the Lotka–Volterra mathematical model and similar ones // Proceedings of Higher Educational Institutions. Applied Nonlinear Dynamics. 2011. Vol.19. No.2. Pp.69-88
2. Titov V.A., Weinberg R.R. Analysis of existing dynamic models based on the Lotka–Volterra predator–prey system of equations // Fundamental Research. 2016. No. 8-2. Pp. 409-413.
3. Flek M.B., Ugnich E.A. Professional and educational cluster as an ecosystem: development in the context of digital transformation // Journal of economic regulation. 2018. Vol. 9. No. 4. Pp. 409-413.
4. Ivanov, D. I’m catching up, you’re running away. What is the Lotka–Volterra model and how does it help biologists / D. Ivanov // [Electronic resource]: <https://nplus1.ru/material/2019/12/04/lotka-volterra-model>. (date of accessed: 15.08.2026).
5. Romanov V.P., Akhmadeev B.A. Modeling an innovative ecosystem based on the “predator-prey” model // Business Informatics. 2015. No. 1(31). Pp. 7-17.