

УДК 519.865:336.71

СЦЕНАРНОЕ СТРЕСС-ТЕСТИРОВАНИЕ ВАЛЮТНЫХ ПОЗИЦИЙ НА ОСНОВЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПРОБИТ-МОДЕЛИ

Бражников Андрей Романович,магистр, кафедра прикладной математики и информационных технологий, ФГБОУ ВО
«Донецкий государственный университет», Россия, г. Донецк

Аннотация

Родительская пробит-модель нестационарных валютных рядов заявляет пригодность для сценарного стресс-тестирования через коэффициент тренда c , но не разворачивает это в рабочий инструмент. Работа формализует двухпараметрическую сценарную сетку (стресс тренда k , стресс ширины распределения m), выводит аналитические эластичности стресс-квантиля и показывает, что относительная чувствительность к стрессу тренда определяется параметром b , а не наблюдаемым значением c : пара GBP/RUB чувствительнее USD/RUB, несмотря на вдвое меньший по модулю тренд. Обратный стресс-тест калибрует сценарии по историческим аналогам: пик марта 2022 г. воспроизводится при усилении тренда в 1,36 раза. Дается правило установления лимита открытой позиции и числовой пример.

Ключевые слова: стресс-тестирование, пробит-модель, Value-at-Risk, сценарный анализ, обратный стресс-тест, нестационарные временные ряды, валютные позиции, эластичность, лимит открытой позиции.

SCENARIO STRESS TESTING OF CURRENCY POSITIONS BASED ON A NONSTATIONARY PROBIT MODEL

Brazhnikov Andrey Romanovich,Master, Department of Applied Mathematics and Information Technology, Donetsk State
University, Russia, Donetsk
e-mail: yanox123321@gmail.com

ABSTRACT

The parent probit model of nonstationary currency series claims suitability for scenario stress testing via the trend coefficient c , but does not develop this into a working tool. This work formalises a two-parameter scenario grid (trend stress k , distribution-width stress m), derives closed-form elasticities of the stress quantile, and shows that relative sensitivity to trend stress is governed by the parameter b rather than the observed c : GBP/RUB is more sensitive than USD/RUB despite a trend half as strong. A reverse stress test calibrates scenarios against historical analogues: the March 2022 peak is reproduced by a 1,36-fold intensification of the trend. A position-limit rule and a numerical example are given.

Keywords: stress testing, probit model, Value-at-Risk, scenario analysis, reverse stress test, nonstationary time series, currency positions, elasticity, position limit.

Введение

Сценарное стресс-тестирование – обязательный элемент управления рыночным риском: принципы Базельского комитета прямо требуют от банков регулярной оценки устойчивости позиций к гипотетическим и историческим шоковым сценариям, дополняющей статистические оценки VaR [1]. Практика Банка России следует тому же принципу применительно к банковскому сектору в целом [2].

Классический подход задаёт сценарий как фиксированный шок поверх стационарного распределения доходности. Для валютного курса это ограничение существенно: динамика курса нестационарна, и сила тренда сама меняется во времени [3; 4], поэтому единственный «исторический» шок не позволяет разделить, что в наблюдаемом движении курса – эффект самого тренда, а что – ширины распределения вокруг него.

В работе [5] предложена пробит-модель, где обе составляющие – тренд и ширина распределения – входят как отдельные параметры, и заявлено, что модель «пригодна для стресс-тестирования валютных позиций: задавая сценарные значения коэффициента c , можно получать стрессовые оценки прогнозных квантилей и VaR». Тезис не развёрнут: не задана сетка сценариев, не выведены их аналитические свойства, не откалибрована связь сценария с историческим шоком.

Настоящая работа закрывает этот разрыв. Строится двухпараметрическая сценарная сетка (раздел 2); выводятся аналитические эластичности стресс-квантиля по обоим параметрам и сравниваются пять валютных пар (раздел 3); строится карта стресс-VaR (раздел 4); обратный стресс-тест калибрует жёсткость сценария по историческому аналогу и даёт правило лимита открытой позиции (раздел 5); обсуждаются границы применимости (раздел 6) и формулируются выводы (раздел 7).

Модель и сценарная параметризация

Базовая модель [5] описывает прогнозную функцию распределения курса x на момент t как $F(x|t) = \Phi(b \ln x + a + c \ln t)$, где a, b, c – оценённые по историческому ряду параметры, Φ – функция стандартного нормального распределения. Отсюда квантиль уровня p : $\exp[(\Phi^{-1}(p) - a - c \ln t)/b]$.

Сценарная стресс-версия вводит два независимых множителя. Стресс тренда k масштабирует наблюдаемый коэффициент c : $c_s = kc$ – при $k = 0$ тренд заморожен на уровне начала выборки, при $k = 1$ продолжается наблюдаемым темпом, при $k > 1$ – ускоряется пропорционально. Стресс ширины m растягивает масштаб распределения в логарифмической шкале: $b_s = b/m$ – поскольку $1/b$ есть масштабный параметр логнормального по форме распределения, при $m > 1$ распределение шире и, соответственно, тяжелее хвосты независимо от направления тренда. Стресс-квантиль и стресс-VaR:

$$Q_\alpha(k, m) = \exp\left[\frac{m(\Phi^{-1}(1-\alpha) - a - kclnt^*)}{b}\right] \quad (1)$$

$$VaR_\alpha(k, m) = Q_\alpha(k, m) - x_0 \quad (2)$$

где x_0 – курс на дату расчёта (31.12.2025), $t^* = T + 261 = 2234$ – горизонт конца 2026 г. [5]. При $k = 1$, $m = 1$ формула (1) обязана воспроизводить опубликованные значения; проверка численно (Python, scipy.stats.norm) для USD/RUB ($a = -12,845$; $b = 3,665$; $c = -0,4477$; $\ln t^* = 7,7116$): $Q_{0,05} = 133,70$ руб. против опубликованных 133,7 руб.; $Q_{0,01} = 161,02$ руб. против опубликованных 161,1 руб. (расхождение – в третьем знаке, за счёт

округления опубликованных коэффициентов). Совпадение подтверждает, что формула (1) корректно сворачивается к базовому случаю.

Таблица 1 сопоставляет узловые значения k с историческими режимами курса USD/RUB, чтобы задать сетке содержательную интерпретацию до перехода к формальному анализу чувствительности.

Таблица 1. Соответствие сценариев по k историческим режимам USD/RUB

Значение k	Интерпретация	Исторический аналог
$k = 0$	тренд заморожен на уровне начала выборки	условно спокойный докризисный режим
$k = 1$	базовый сценарий: тренд продолжается наблюдаемым темпом	текущая траектория на конец 2025 г.
$k \approx 1,36$	тренд усилен в 1,36 раза (см. раздел 5)	пик марта 2022 г., ≈ 120 руб. [5]
$k = 2,0$	тренд удвоен относительно наблюдаемого	за пределами наблюдаемой истории ряда

Аналитическая чувствительность стресс-VaR

Обе стресс-переменные допускают точное дифференцирование формулы (1), что даёт аналитические эластичности стресс-квантиля без обращения к численному градиенту. По тренду:

$$\frac{\partial \ln Q}{\partial c} = -\frac{\ln t^*}{b} \quad (3)$$

Эластичность по c зависит только от горизонта t^* и параметра b – от наблюдаемого значения c она не зависит вовсе, поскольку c входит в (1) линейно. Для USD/RUB: $-\ln(2234)/3,665 = -2,104$. Усиление тренда на $\Delta c = -0,1$ даёт относительный рост квантиля $\approx 21,0\%(-2,104 \times (-0,1) \times 100)$. По ширине распределения – эластичность нелинейна по построению, но выражается в замкнутом виде без линеаризации:

$$\frac{\partial \ln Q}{\partial b} = -\frac{\ln Q}{b} \quad (4)$$

Таблица 2 сравнивает обе эластичности для всех пяти пар (эластичность по b вычислена в точке $Q_{0,05}$ при $k = 1, m = 1$).

Таблица 2. Эластичности стресс-квантиля по пяти валютным парам, ранжировано по $|\partial \ln Q / \partial c|$

Пара	a	b	c	$\partial \ln Q / \partial c$	$\partial \ln Q / \partial b$
GBP/RUB	-10,896	2,831	-0,3074	-2,724	-1,861
EUR/RUB	-10,928	2,874	-0,2701	-2,683	-1,774
JPY/RUB	1,612	3,215	0,0036*	-2,399	$\approx 0^*$
USD/RUB	-12,845	3,665	-0,4477	-2,104	-1,336
CNY/RUB	-6,636	3,792	-0,3629	-2,034	-0,771

* Коэффициент c для JPY/RUB статистически незначим [5]; эластичность по b для этой пары близка к нулю не из-за низкой чувствительности как таковой, а потому что базовый квантиль $Q_{0,05} \approx 1$, так что $\ln Q \approx 0$ обнуляет числитель формулы (4) – артефакт масштаба котировки, а не содержательный вывод.

Результат в таблице 2 контринтуитивен и в этом его ценность: наиболее чувствительна к стрессу тренда не пара с наибольшим по модулю наблюдаемым трендом (USD/RUB, $|c| = 0,4477$), а пара с наименьшим b (GBP/RUB, $b = 2,831$) – притом что её

собственный тренд почти вдвое слабее. Ширина базового распределения, а не сила уже наблюденного тренда, определяет, насколько сильно пара «раскачивается» сценарием.

Карта стресс-VaR

Таблица 3 даёт полную сетку 5×3 по (k, m) для USD/RUB при двух доверительных уровнях. Значения – VaR короткой позиции в рублях на 1 USD (формула 2).

Таблица 3. $VaR_{0,01}(k, m)$ для короткой позиции USD/RUB, руб. на 1 USD

k	m = 1,0	m = 1,25	m = 1,5
0	-15,3	98,0	419,2
0,5	21,6	239,7	929,7
1,0	82,8	494,7	1965,3
1,5	180,3	955,3	4063,1
2,0	335,2	1784,0	8316,0

Поверхность монотонна по обоим параметрам, но растёт заметно неравномерно: переход по m с 1,0 до 1,5 при фиксированном k действует на VaR сильнее, чем переход по k с 1,0 до 2,0 при фиксированном m – ширина распределения на этом горизонте более рычаговый параметр, чем скорость тренда. При $\alpha = 0,05$ картина та же с меньшими абсолютными значениями (например, $k = 1,5, m = 1,25$ даёт 491,6 руб. вместо 955,3 руб.). При $k = 0$ (тренд заморожен) VaR при $m = 1,25 - 1,5$ всё равно заметно положителен: рост неопределённости сам по себе создаёт риск даже без предположения об ускорении обесценения – это разные, не дублирующие друг друга источники стресса.

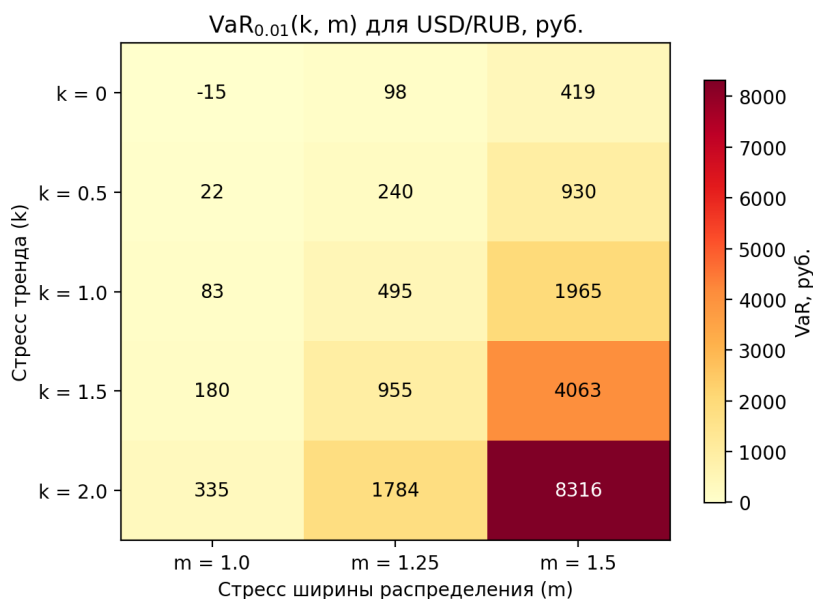


Рисунок 1. Тепловая карта $VaR_{0,01}(k, m)$ для USD/RUB

Рисунок 2 показывает семейство прогнозных функций распределения $F(x|t^*)$ при $m = 1$ и $k = 0,5 / 1,0 / 1,5 / 2,0$: рост k сдвигает распределение вправо и одновременно растягивает его – оба эффекта наследуются от того, что s входит в аргумент Φ линейно, а его коэффициент при $\ln t^*$ растёт вместе с k .

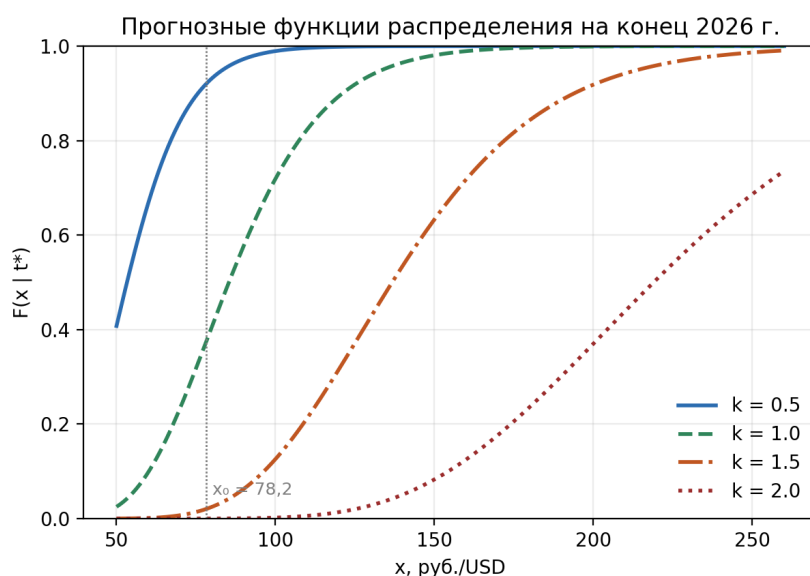


Рисунок 2. Прогнозные функции распределения $F(x|t^*)$ при разных k , $m = 1$
Обратный стресс-тест и лимиты позиции

Прямая сценарная сетка отвечает на вопрос «что будет с VaR при заданном k ». Обратная задача полезнее для лимитной политики: «какой k воспроизводит заданный уровень курса». Формула (1) обращается аналитически относительно c при $p = 0,5$ (медиана, $\Phi^{-1}(0,5) = 0$):

$$c = \frac{\Phi^{-1}(p) - a - b \ln x_{target}}{\ln t^*} \quad (5)$$

Таблица 4 даёт c^* для трёх пороговых значений медианного прогноза и их отношение к наблюдаемому $c = -0,4477$.

Таблица 4. Обратный стресс-тест: c^* , воспроизводящий пороговые значения медианного прогноза

Порог, руб.	c^*	c^*/c
100	-0,5230	1,17
120 (пик марта 2022 г.)	-0,6096	1,36
150	-0,7157	1,60

Чтобы уровень марта 2022 г. (≈ 120 руб.) стал не хвостовым событием, а медианным (типичным) прогнозом на конец 2026 г., наблюдаемый тренд должен усилиться в 1,36 раза – это и есть количественная калибровка «жёсткости» данного исторического шока в терминах модели. Аналогично для лимита по $VaR_{0,01}$: обращение (5) при $p = 0,99$ и целевом $VaR = 150$ руб. даёт $c^{**} = -0,6134$ (в 1,37 раза жёстче наблюдаемого) – близкое к c^* для медианного порога 120 руб., что говорит о согласованности калибровки по разным критериям.

Практический выход – правило установления лимита открытой валютной позиции: $L \leq \text{Капитал} / VaR_a^{\text{стресс}}$. Пример: капитал, выделенный под валютный риск, – 500 млн руб.; выбранный стресс-сценарий – $k = 1,5$, $m = 1,25$, $\alpha = 0,01$ (таблица 3: $VaR = 955,3$ руб. на 1 USD). Лимит открытой позиции: $L \leq 500000000 / 955,3 \approx 523400$ USD по номиналу.

Ограничения

Три ограничения существенны для практического применения. Во-первых, сценарии по k и m не описывают структурный слом курсовой политики – переход к другому режиму курсообразования меняет сами параметры a, b, c , а не их сценарные множители, и формула (1) такой переход не воспроизводит в принципе. Во-вторых, модель непрерывна по

построению и не учитывает скачки: реальные шоки типа марта 2022 г. сочетают ускорение тренда с разрывом, а не только с ним, что видно и по таблице 4 – совпадение c^* по медианному и по VaR-критерию говорит лишь о внутренней согласованности модели, не о полноте описания шока. В-третьих, все пять пар откалиброваны независимо – сетка не учитывает совместное движение курсов при общем шоке (например, синхронное ослабление рубля ко всем валютам сразу), поэтому суммарный лимит по нескольким парам нельзя получить простым сложением индивидуальных [6; 7].

Отдельно стоит отметить нелинейность роста VaR на карте (таблица 3, раздел 4): при экстремальных сочетаниях ($k = 2,0$, $m = 1,5$) значение VaR достигает нескольких тысяч рублей на доллар – величины, не имеющей прямого содержательного смысла как точечный прогноз курса. В этой зоне сетку следует читать порядково, как ранжирование жёсткости сценариев, а не как буквальный прогноз уровня.

Заключение

Работа доводит заявленную, но не развёрнутую в [5] возможность сценарного стресс-тестирования до работающего инструмента: формализована двухпараметрическая сетка (k , m), получены замкнутые аналитические эластичности стресс-квантиля, показано, что относительную чувствительность к стрессу тренда определяет параметр b , а не сила уже наблюдаемого тренда c , построена и обращена карта стресс-VaR, сценарии откалиброваны по историческому аналогу через обратный стресс-тест, дано применимое правило лимита открытой позиции с числовым примером.

Список литературы:

1. Basel Committee on Banking Supervision. Stress testing principles [электронный ресурс]. – Basel: Bank for International Settlements, 2018. – URL: <https://www.bis.org/bcbs/publ/d450.htm> (дата обращения: 22.07.2026).
2. Что такое стресс-тестирование [электронный ресурс] // Банк России. – Режим доступа. – URL: https://cbr.ru/finstab/stress_testing/chto-takoe-stress-testirovanie/ (дата обращения: 22.07.2026).
3. Орлов Ю.Н., Фёдоров С.Л. Моделирование и статистический анализ функционалов, заданных на выборках из нестационарного временного ряда // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. – 2014. – № 43. – 26 с.
4. Dahlhaus R. Locally stationary processes // Handbook of Statistics. – 2012. – Vol. 30. – P. 351–413.
5. Звягинцева А.В., Бражников А.Р. Пробит-моделирование нестационарных временных рядов для оценки Value-at-Risk // Мягкие измерения и вычисления. – 2026.
6. McNeil A.J., Frey R., Embrechts P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools. Revised edition. – Princeton: Princeton University Press, 2015. – 720 p.
7. Grundke P., Pliszka K. A macroeconomic reverse stress test // Review of Quantitative Finance and Accounting. – 2018. – Vol. 50, № 4. – P. 1093–1130.

References:

1. Basel Committee on Banking Supervision. Stress testing principles [electronic resource]. – Basel: Bank for International Settlements, 2018. – Available at: <https://www.bis.org/bcbs/publ/d450.htm> (accessed: 22.07.2026).

2. What is stress testing [electronic resource] // Bank of Russia. – Available at: https://cbr.ru/finstab/stress_testing/chto-takoe-stress-testirovanie/ (accessed: 22.07.2026).
3. Orlov Yu.N., Fedorov S.L. Modelling and statistical analysis of functionals defined on samples from a nonstationary time series // Keldysh Institute Preprints. – 2014. – No. 43. – 26 p.
4. Dahlhaus R. Locally stationary processes // Handbook of Statistics. – 2012. – Vol. 30. – P. 351–413.
5. Zvyagintseva A.V., Brazhnikov A.R. Probit modelling of nonstationary time series for Value-at-Risk estimation // Soft Measurements and Computing. – 2026.
6. McNeil A.J., Frey R., Embrechts P. Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools. Revised edition. – Princeton: Princeton University Press, 2015. – 720 p.
7. Grundke P., Pliszka K. A macroeconomic reverse stress test // Review of Quantitative Finance and Accounting. – 2018. – Vol. 50, No. 4. – P. 1093–1130.