



УДК 697.9

**СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА
ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ В ВОЗДУХОВОДЕ
КРУГЛОГО СЕЧЕНИЯ В ПРИТОЧНО-ВЫТЯЖНОЙ СИСТЕМЕ****Никитин Максим Николаевич**

кандидат технических наук, доцент
доцент кафедры «Теплогазоснабжения и вентиляции»
Самарский государственный технический университет
Академия строительства и архитектуры
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194
e-mail: nikitin-pro@mail.ru

Соловьева Татьяна Сергеевна

студент магистратуры по направлению подготовки «Энергоэффективность систем
обеспечения микроклимата зданий и сооружений», 2 курс
Самарский государственный технический университет
Академия строительства и архитектуры
443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, 194
e-mail: tatyana.solowiewa17@mail.ru

Аннотация

Работа посвящена определению коэффициента гидравлического сопротивления трения в воздуховоде круглого сечения в приточно-вытяжной системе. В настоящее время есть возможность определить коэффициент гидравлического сопротивления трения не только по широко применяемым на практике аппроксимациям, но и с помощью онлайн калькулятора по уравнению Колбрука-Уайта. В работе рассмотрен сравнительный анализ расчета уравнения Колбрука-Уайта с наиболее распространенными зависимостями.

Ключевые слова: коэффициент гидравлического сопротивления трения, скорость воздуха, диаметр воздуховода, относительная шероховатость стенок канала, аппроксимация, приточно-вытяжная система.

**COMPARATIVE ANALYSIS OF THE CALCULATION OF THE COEFFICIENT
OF HYDRAULIC FRICTION RESISTANCE IN A CIRCULAR DUCT IN THE
SUPPLY AND EXHAUST SYSTEM****Maksim N. Nikitin**

Candidate of Technical Sciences, Associate Professor
Associate Professor of the Department of Heat and Gas Supply and Ventilation
Samara State Technical University
Academy of Architecture and Civil Engineering
443001, Russia, Samara, str. Molodogvardeiskaya, 194

Tatyana S. Solovieva

Master's student in the direction of training "Energy Efficiency of Building Climate and Structural Microclimate Support Systems", 2 year

Samara State Technical University

Academy of Architecture and Civil Engineering

443001, Russia, Samara, str. Molodogvardeiskaya, 194

ABSTRACT

The work is devoted to the determination of the coefficient of hydraulic resistance to friction in a circular duct in a supply and exhaust system. At present, it is possible to determine the coefficient of hydraulic friction drag not only from approximations widely used in practice, but also using an online calculator according to the Kolbrook-White equation. The paper considers a comparative analysis of the calculation of the Kolbrook-White equation with the most common dependencies.

Keywords: coefficient of hydraulic resistance to friction, air velocity, duct diameter, relative roughness of the channel walls, approximation, supply and exhaust system.

Одним из факторов, влияющим на определение потерь давления в воздуховоде круглого сечения в приточно-вытяжной системе, является коэффициент гидравлического сопротивления трения λ .

Коэффициент гидравлического сопротивления трения определяется функциональной зависимостью [1]:

$$\lambda = f(Re, \bar{\Delta}), \quad (1)$$

где $Re = U \cdot D_h / \nu$ — критерий Рейнольдса для потока; D_h — диаметр воздуховода, м; U — скорость воздуха, м/с; ν — кинематическая вязкость потока, м²/с; $\bar{\Delta}$ — относительная шероховатость поверхности воздуховода.

Относительной шероховатостью $\bar{\Delta}$ называется отношение гидравлически эквивалентной равномерно-зернистой шероховатости Δ к гидравлическому диаметру воздуховода D_r .

Абсолютная шероховатость не рассматривается исходя из того, что геометрические характеристики в полной степени не определяют сопротивление трубы.

Работа выполнена с использованием языка программирования Wolfram.

Wolfram Cloud — это гибридная интегрированная вычислительная платформа с полностью облачным интерфейсом, основанная на языке Wolfram. Платформа позволяет получить доступ к справочным данным, анализировать и строить графики.

Система также осуществляет численные расчёты: определяет значения функций (в том числе специальных) с произвольной точностью, осуществляет полиномиальную интерполяцию функции от произвольного числа аргументов по набору известных значений.

Система результатов может быть показана как в алфавитно-цифровой форме, так и в виде графиков. В частности, реализовано построение графиков функций, в том числе параметрических кривых и поверхностей.

Для определения коэффициента гидравлического сопротивления трения существуют различные зависимости. Наиболее распространенными и широко применяемыми на практике являются следующие аппроксимации:

- Справочник по гидравлическим сопротивлениям [1];

- А.Д. Альтшуль, $\varepsilon = 0.1$ мм (ε — абсолютная шероховатость) [2]:

$$\lambda = 0.11 \left(\frac{68}{Re} + \varepsilon/D \right)^{0.25}. \quad (2)$$

- По уравнению Колбрука-Уайта [3];
- П. Блазиус [4]:

$$\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.25}}. \quad (3)$$

- И. Никурадзе [5]:

$$\lambda = 0.0032 + \frac{0.221}{Re^{0.237}}. \quad (4)$$

- А.Д. Альтшуль [6]:

$$f = 0.11 \left(\frac{68}{Re} + \frac{\varepsilon}{D} \right)^{0.25}. \quad (5)$$

- Л.Ф. Муди [7]:

$$\lambda = 0.0055 \left(1 + \sqrt[3]{20000 \bar{\Delta} + \frac{10^6}{Re}} \right). \quad (6)$$

- А. Ватанках [8]:

$$f = \left(0.8686 \cdot \ln \left(d / (S - 0.31)^{\frac{S}{S+1.0}} \right) \right)^{-2}, \quad \text{где} \quad (7)$$

$$d = 0.4587 \cdot Re, \quad S = 0.1240 \cdot (\varepsilon/D) \cdot Re + \ln(0.4587 \cdot Re).$$

В проводимом исследовании в качестве исходных данных были выбраны следующие параметры:

- Скорость в воздуховоде U изменяется в диапазоне от 2 до 20 м/с;
- Диаметр воздуховода D_h изменяется в диапазоне от 0.1 до 2.0 м;
- Относительная шероховатость $\bar{\Delta}$ изменяется в диапазоне от 0 до 0.05.

На языке программирования Wolfram для определения аппроксимации полученных данных и проверки корректности полученной математической модели выполнены следующие действия (рис. 1).

```
surf = LinearModelFit[data1, {Δ, U, Dh, U * Δ, Dh * Δ, Dh * U, Δ^2, Dh^2, U^2, Δ^3, Dh^3, U^3}, {U, Dh, Δ}];
      модель линейной регрессии

surf = LinearModelFit[data2, {U, Dh, U * Dh, U^2, Dh^2}, {U, Dh}];
      модель линейной регрессии

Normal[surf]
      нормальное выражение
```

Рисунок 1. Этапы для определения зависимости коэффициента гидравлического сопротивления трения

В качестве переменной $data_1$ принят список данных, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \bar{\Delta}, \lambda\}$; $data_2$ — список данных, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \lambda\}$.

Одной из наиболее распространенных статистических моделей является модель линейной регрессии [LinearModelFit](#). Линейная модель определяет значения переменных с помощью комбинаций переменных $U, D_h, \bar{\Delta}$. Функция Normal позволяет получить уравнение в явном виде.

На языке программирования Wolfram на основе исходных данных получены зависимости для расчета коэффициента сопротивления гидравлического трения в воздуховоде круглого сечения в приточно-вытяжной системе (табл.1).

Таблица 1.

Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления трения от определяемых переменных

Аппроксимация	Зависимость
А.Д. Альтшуль, $\varepsilon = 0.1$ мм [1]	$\lambda = 0.0299 - 0.015 \cdot D_h + 0.00447 \cdot D_h^2 - 0.0012 \cdot U + 0.00014 \cdot D_h \cdot U + 0.000032 \cdot U^2$
Справочник по гидрав. сопр. [2]	$\lambda = 0.0176 + 2.183 \cdot \bar{\Delta} + 0.0045 \cdot D_h \cdot \bar{\Delta} + 0.000778 \cdot U \cdot \bar{\Delta} - 22.143 \cdot \bar{\Delta}^2$
По уравнению Колбрука-Уайта [3]	$\lambda = 0.0215 - 0.00238 \cdot D_h - 0.000275 \cdot U + 4.602 \cdot \bar{\Delta} + 0.0495 \cdot D_h \cdot \bar{\Delta} + 0.00543 \cdot U \cdot \bar{\Delta} - 299.83 \cdot \bar{\Delta}^2 + 4556.65 \cdot \bar{\Delta}^3$
П. Блазиус [4]	$\lambda = 0.031 - 0.018 \cdot D_h + 0.0054 \cdot D_h^2 - 0.0014 \cdot U + 0.00016 \cdot D_h \cdot U + 0.000037 \cdot U^2$
И. Никурадзе [5]	$\lambda = 0.027 - 0.014 \cdot D_h + 0.0041 \cdot D_h^2 - 0.0012 \cdot U + 0.00012 \cdot D_h \cdot U + 0.000028 \cdot U^2$
А.Д. Альтшуль [6]	$\lambda = 0.0166 + 5.076 \cdot \bar{\Delta} - 0.0069 \cdot D_h \cdot \bar{\Delta} - 0.00099 \cdot U \cdot \bar{\Delta} - 374.94 \cdot \bar{\Delta}^2 + 5759.68 \cdot \bar{\Delta}^3$
Л.Ф. Муди [7]	$\lambda = 0.0185 + 1.518 \cdot \bar{\Delta} - 0.457 \cdot D_h \cdot \bar{\Delta} + 0.094 \cdot U \cdot \bar{\Delta} - 19.177 \cdot \bar{\Delta}^2$
А. Ватанках [8]	$0.0275 - 0.0205 \cdot D_h + 0.021 \cdot D_h^2 - 0.00678 \cdot D_h^3 - 0.00137 \cdot U + 0.00012 \cdot D_h \cdot U + 0.000085 \cdot U^2 - 1.97 \times 10^{-6} \cdot U^3 + 4.63118 \cdot \bar{\Delta} + 0.046 \cdot D_h \cdot \bar{\Delta} + 0.0046 \cdot U \cdot \bar{\Delta} - 301.3 \cdot \bar{\Delta}^2 + 4582.5 \cdot \bar{\Delta}^3$

В настоящее время есть возможность определить коэффициент гидравлического сопротивления трения не только по выражениям (2)–(7), но и с помощью онлайн калькулятора. Для сравнительного анализа расчетов по уравнению Колбрука-Уайта со справочными данными, с помощью платформы Wolfram Cloud, выполнены следующие этапы действий (рис. 2).

```
error1 = approximation1[All, 3] - data[[1 ;; -1 ;; 5, 4]]
error2 = approximation2[All, 4] - data[[All, 4]]

ListPlot[{error1, error2}, PlotMarkers -> Automatic, PlotLegends -> Placed[{"approximation1", "approximation2"},
диаграмма разброса данных      маркеры на гра... автоматиче... легенды графика расположен

Below]]
снизу
```

Рисунок 2. Этапы сравнительного анализа

В качестве переменной data принят список данных, рассчитанный по уравнению Колбрука-Уайта, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \bar{\Delta}, \lambda\}$; approximation₁—список данных, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \lambda\}$; approximation₂—список данных, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \bar{\Delta}, \lambda\}$.

Функция error позволяет определить разницу координат между показателями. При построении данных с помощью ListPlot язык Wolfram автоматически выбирает способ отображения точек, и функция PlotMarkers позволяет графически обозначить каждый расчет.

В Wolfram Cloud произведен сравнительный анализ расчета по уравнению Колбрука-Уайта со справочными данными (рис. 3).

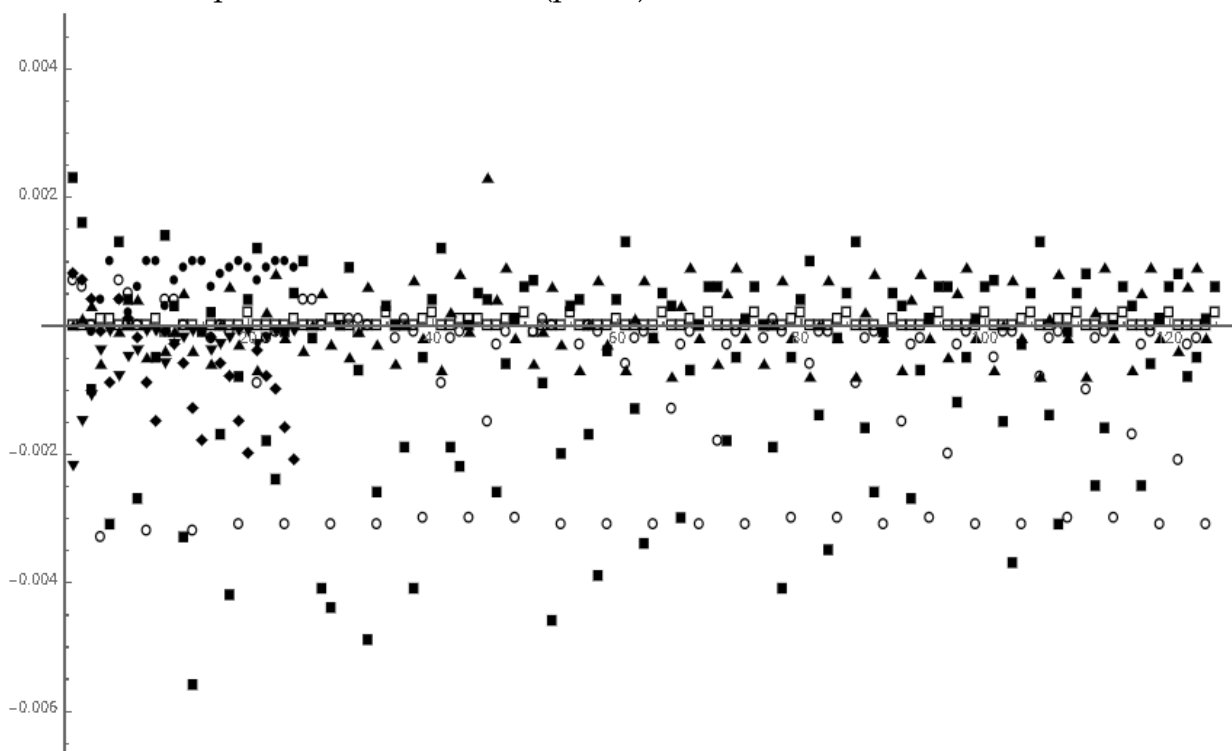


Рисунок 3. Сравнительный анализ расчета уравнения Колбрука-Уайта со справочными данными:

- А.Д. Альтшуль, $\varepsilon=0.1$ мм, ■ Справочник по гидрав. сопротив., ◆ П. Блазиус, ▲ Л.Ф. Муди, ▼ И. Никурадзе, ○ А.Д. Альтшуль (при $\bar{\Delta}=0\div 0.05$), □ А.Ватанках

При определении разности показателей коэффициента гидравлического сопротивления трения с расчетами А.Д. Альтшуль, $\varepsilon=0.1$ мм, П. Блазиус и И. Никурадзе изменение шероховатости не учитывается. Согласно полученным данным, увеличение диаметра воздуховода круглого сечения при постоянной скорости воздуха приводит к увеличению расхождения определяемого параметра. Максимальное отклонение с расчетами А.Д. Альтшуль, $\varepsilon=0.1$ мм составляет 0.001, П. Блазиус – 0.0021, И. Никурадзе – 0.0022.

При определении разности показателей коэффициента гидравлического сопротивления трения с расчетами А.Д. Альтшуль, Л.Ф. Муди, А. Ватанках и с расчетом, приведенном в справочнике по гидравлическому сопротивлению, изменение относительной шероховатости учитывается. Согласно полученным данным, при увеличении скорости воздуха отклонение между расчетами сокращается при постоянном диаметре воздуховода и относительной шероховатости. При рассмотрении диапазона значений с изменением относительной шероховатости от 0 до 0.05 расхождение между расчетами увеличивается при постоянных двух показателях.

Для сравнительного анализа расчетов по уравнению Колбрука-Уайта с зависимостями, полученными с помощью платформы Wolfram Cloud, выполнены следующие этапы действий (рис. 4).

```

dataCoords1 = DesignMatrix[data, {U, Dh}, {U, Dh, Δ}, IncludeConstantBasis → False];
матрица плана включать постоянную в базис ложь

dataCoords2 = DesignMatrix[data, {U, Dh, Δ}, {U, Dh, Δ}, IncludeConstantBasis → False];
матрица плана включать постоянную в базис ложь

approx1 = LinearModelFit[approximation1, {U, U * Dh, U^2, Dh^2, Dh^2 * U}, {U, Dh}];
модель линейной регрессии

approx2 = LinearModelFit[approximation2, {Δ, U, Dh, U * Δ, Dh * Δ, Dh * U, Δ^2, Dh^2, U^2, Δ^3, Dh^3, U^3}, {U, Dh, Δ}];
модель линейной регрессии

dataResu = data[[All, 4]];
все

approxResu1 = approx1 @@@ dataCoords1;
approxResu2 = approx2 @@@ dataCoords2;
error1 = approxResu1[[1 ;; -1 ;; 5]] - data[[1 ;; -1 ;; 5, 4]];
error2 = approxResu2 - data[[All, 4]];
все

ListPlot[{error1, error2}, PlotMarkers → Automatic, PlotLegends → Placed[{"approximation1", "approximation2"}, Below]]
диаграмма разброса данных маркеры на гра... автоматиче... легенды графика расположен снизу

```

Рисунок 4. Этапы сравнительного анализа

В качестве переменной *data* принят список данных, рассчитанный по уравнению Колбрука-Уайта, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \bar{\Delta}, \lambda\}$; *approximation₁*—список данных, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \lambda\}$; *approximation₂*—список данных, содержащих координаты точек $\{U, D_h, \bar{\Delta}, \lambda\}$.

Функция [DesignMatrix](#) позволяет построить матрицу проектирования для линейной модели. Одной из наиболее распространенных статистических моделей является модель линейной регрессии [LinearModelFit](#). Линейная модель определяет значения переменных с помощью комбинаций переменных $U, D_h, \bar{\Delta}$.

[IncludeConstantBasis](#) это одна из опций для функции [LinearModelFit](#), которая указывает, должен ли постоянный член быть включен, если он не указан в списке [базовых](#) функций.

Функция *approxResu* позволяет определить значения *approximation₁*, *approximation₂* в координатах из набора данных *data*. Функция *error* позволяет определить разницу координат между показателями. При построении данных с помощью [ListPlot](#) язык Wolfram автоматически выбирает способ отображения точек, и функция *PlotMarkers* позволяет графически обозначить каждый расчет.

В Wolfram Cloud произведен сравнительный анализ расчета по уравнению Колбрука-Уайта с аппроксимационными зависимостями, широко применяемыми на практике (рис. 5).

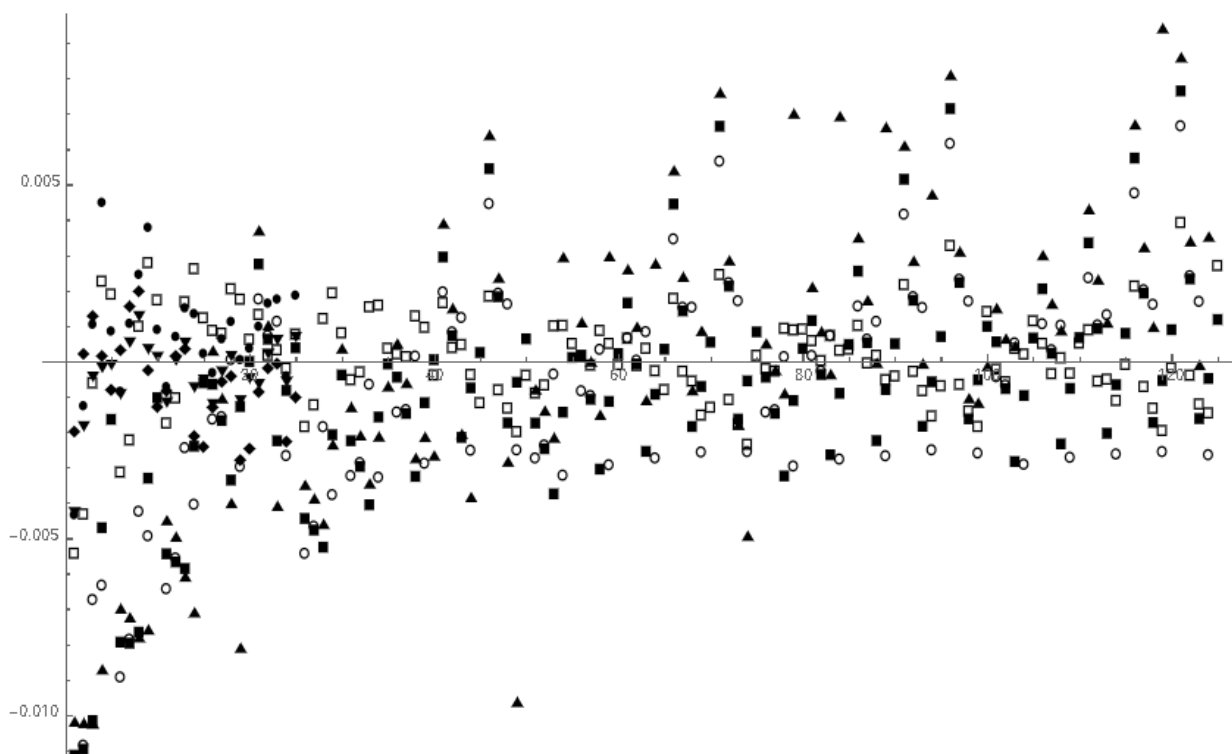


Рисунок 5. Сравнительный анализ уравнения Колбрука-Уайта с зависимостями:
 ● А.Д. Альтшуль, $\varepsilon=0.1$ мм, ■ Справочник по гидрав. сопротив., ◆ П. Блазиус, ▲ Л.Ф. Муди, ▼ И. Никурадзе, ○ А.Д. Альтшуль (при $\Delta=0\div 0.05$), □ А.Ватанках

При определении разности показателей коэффициента гидравлического сопротивления трения с зависимостями А.Д. Альтшуль, $\varepsilon=0.1$ мм, П. Блазиус и И. Никурадзе изменение шероховатости не учитывалось. Согласно полученным данным увеличение диаметра воздуховода круглого сечения при постоянной скорости воздуха приводит к уменьшению расхождения определяемого параметра.

При определении разности показателей коэффициента гидравлического сопротивления трения с расчетами А.Д. Альтшуль, Л.Ф. Муди, А. Ватанках и с расчетом, приведенном в справочнике по гидравлическому сопротивлению, изменение относительной шероховатости учитывалось. Согласно полученным данным при увеличении скорости воздуха отклонение между расчетами сокращается при постоянном диаметре воздуховода (при $D_h=0.1, 0.15, 0.25$ м) и относительной шероховатости, а при $D_h=0.71, 2.0$ м расхождение между расчетами увеличивается.

Проанализировав полученные результаты, можно сделать следующие выводы:

В работе рассмотрен сравнительный анализ расчета коэффициента гидравлического сопротивления трения по уравнению Колбрука-Уайта с наиболее распространенными и широко применяемыми на практике зависимостями. При сравнении расчета со справочными данными наименьшее расхождение показали расчет А.Д. Альтшуль, $\varepsilon=0.1$ мм и расчет А.Ватанках.

Для решения основной задачи в платформе Wolfram Cloud были рассчитаны зависимости коэффициента гидравлического сопротивления трения от определяемых переменных и выполнен сравнительный анализ с уравнением Колбрука-Уайта. В результате наименьшее расхождение между показателями показал расчет А.Ватанках и расчет, применяемый в справочнике по гидравлическим сопротивлениям [1].

Применение платформы Wolfram Cloud в расчетах позволяет выполнить поставленную задачу с достаточно высокой точностью.

Список литературы

1. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. 3-е издание. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
2. Аэродинамический расчет систем вентиляции с механическим побуждением/ Сост.: М. Б. Ромейко, В. Б. Жильников; Самарск. гос. арх.-строит. ун-т. Самара, 2005. – 96 с.
3. Colebrook Online Calculator // The Engineering ToolBox https://www.engineeringtoolbox.com/colebrook-equation-d_1031.html.
4. Blasius P. R. H. The law on the compatibility of friction processes in liquid systems // Forschungsheft, 1913. – Vol. 131. – P. 1-41.
5. Nikuradze J. Stromungsgesetze in rauhen Rohren // VDI-Forschungsheft, 1933. – No. 361. – P. 16-53.
6. Альтшуль А.Д. Гидравлические сопротивления. М.: Недра, 1970, 224 с.
7. Moody L.F. An approximate formula for pipe friction factors // Trans ASME, 1947. – No. 12(69). – P. 1005-1006.
8. Vatankhah A.R., Kouchakzadeh S. Exact equations for pipe-flow problems // Journal of Hydraulic Research, 2009. – No. 47(4). – P. 537-538. DOI: 10.1080/00221686.2009.9522031.

References

1. Idelchik I.E. Spavochnik po gidravlicheskim soprotivleniyam [Handbook of hydraulic resistance. 3rd edition]. Moscow, Mechanical Engineering, Publ., 1992. 672 p. (In Russian)
2. Aerodynamic calculation of ventilation systems with mechanical motivation / Comp.: M. B. Romeiko, V. B. Zhilnikov; Samarsk. state arch. un-t Samara, 2005. – 96 pp. (In Russian)
3. Colebrook Online Calculator // The Engineering ToolBox https://www.engineeringtoolbox.com/colebrook-equation-d_1031.html.
4. Blasius P. R. H. The law on the compatibility of friction processes in liquid systems. Forschungsheft, 1913, vol. 131, pp. 1-41.
5. Nikuradze J. Stromungsgesetze in rauhen Rohren. VDI-Forschungsheft, 1933, no. 361, pp. 16-53.
6. Altshul A.D. Gidravlicheskie soprotivleniya [Hydraulic resistance: second edition]. Moscow: Nedra, 1970, 224 pp. (In Russian)
7. Moody L.F. An approximate formula for pipe friction factors. Trans ASME, 1947, no. 12(69), pp. 1005-1006.
8. Vatankhah A.R., Kouchakzadeh S. Exact equations for pipe-flow problems. Journal of Hydraulic Research, 2009, no.47(4), pp. 537-538. DOI: 10.1080/00221686.2009.9522031.