
ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ИНВЕСТИЦИЙ НА ЭКОНОМИЧЕСКОЕ РАЗВИТИЕ РЕСПУБЛИКИ ТАТАРСТАН

Бит-Мурад А.А.¹ Галеев Б.И.²

¹Бит-Мурад Акоп Азизович – Магистрант,
кафедра государственного и муниципального и муниципального управления.
Казанский (приволжский) федеральный университет, г. Казань;

²Галеев Булат Ильшатович – Магистрант,
кафедра государственного и муниципального и муниципального управления.
Казанский (приволжский) федеральный университет, г. Казань;

В статье с помощью эконометрического анализа определяются наиболее влияющие на экономическое развитие региона факторы. Исследуемый регион России Республика Татарстан, выборка включает 2001-2017 гг. Для анализа использованы разного рода расчеты и методы оценивания и проверки. На основе результатов моделирования проделаны выводы о том, насколько сильная зависимость между факторами и как влияет увеличение на 1% показателя объясняющей переменной на зависимую. Кроме этого, произведен прогноз и сравнение прогноза без учета и с учетом фактора времени.

Ключевые слова: инвестиции, валовый региональный продукт, экономическое развитие, корреляционно-регрессионный анализ, коэффициент, тенденция, аппроксимация, мультиколлинеарность, модель, статистическая значимость, доверительный интервал, коэффициент средней эластичности, гетероскедастичность, дисперсионный анализ, коэффициент детерминации

ECONOMETRIC ANALYSIS OF INFLUENCE OF INVESTMENTS ON THE ECONOMIC DEVELOPMENT OF THE REPUBLIC OF TATARSTAN

Bit-Murad A.A.¹ Galeev B.I.²

¹Bit-Murad Akop Azizovich - undergraduate,
DEPARTMENT OF STATE AND MUNICIPAL ADMINISTRATION.
KAZAN (PRIVOLZHISKY) FEDERAL UNIVERSITY, KAZAN;

²Galeev Bulat Ilshatovich - undergraduate,
DEPARTMENT OF STATE AND MUNICIPAL ADMINISTRATION.
KAZAN (PRIVOLZHISKY) FEDERAL UNIVERSITY, KAZAN;

ABSTRACT

The article uses econometric analysis to determine the factors most influencing the economic development of the region. The explored region of Russia is the Republic of Tatarstan, the sample includes 2001-2017. For the analysis various calculations and methods of estimation and checks were used. Based on the results of modeling, conclusions were drawn about how strong the relationship between factors is and how the increase in the explanatory variable by the dependent variable increases by 1%. In addition, a forecast and comparison of the forecast is made without taking into account and taking into account the time factor.

Keywords: investments, gross regional product, economic development, correlation-regression analysis, coefficient, trend, approximation, multicollinearity, model, statistical significance, confidence interval, average elasticity coefficient, heteroscedasticity, variance analysis, determination coefficient.

Введение

В настоящее время привлечение иностранных инвестиций в Россию и ее регионы становится главным стратегическим вопросом для развития экономики [2-6]. В России наблюдается диспропорция инвестиционной привлекательности регионов для иностранных инвесторов. Увеличиваются контрастные разрывы между регионами в социально-экономическом развитии.

К настоящему времени в Татарстане сформированы все условия и предпосылки, необходимые для успешной деятельности российских и иностранных инвесторов [5, с. 433-435]. Ниже будет проведен всеохватывающий эконометрический анализ влияния инвестиций в основной капитал на душу населения на региональный валовый продукт (РВП) на душу населения Республики Татарстан (РВП на душу населения), включая прогнозирование роста РВП на душу населения как с учетом, так и без учета временного фактора. В качестве пособия для такого эконометрического анализа использована серия статей, опубликованных Т. А. Ратниковой [1].

Для того чтобы изучить какие виды инвестиций в большей степени влияют на экономическое развитие региона, необходимо провести корреляционно-регрессионный анализ. Следовательно, в качестве объясняющих (независимых) переменных взяты факторы инвестиционного развития Республики Татарстан за 2001 - 2017 годы:

- X_1 - инвестиции в основной капитал на душу населения (руб.);
- X_2 - поступление прямых иностранных инвестиций (млн. \$ США);
- X_3 - государственные инвестиции в структуре российских (%)
- X_4 - частные инвестиции в структуре российских (%);
- X_5 - привлеченные инвестиции (все собственные) (%).

В качестве зависимой переменной « Y » будет использован показатель - валовый региональный продукт на душу населения за 2001 - 2017 год (руб.).

Определим зависимость валового регионального продукта от показателей инвестиционного развития Республики Татарстан (табл.1).

Таблица 1

Данные для определения зависимости ВРП от показателей инвестиционного развития РТ [7].

од	ВР П на душу населени я (руб.)	Инве стиции в основной капитал на душу населения (руб.)	Посту пление прямых иностранны х инвестиций (млн.\$ США)	Государс твенные инвестиции в структуре Российских (%)	Част ные инвестици и в структуре российски х (%)	Привле ченные инвестиции (все собственные) (%)
001	57 891,0	14 89 9,00	8	19,1	15,8	41,7
002	66 298,7	15 003,00	2	19,4	27,1	44,8
003	80 809,2	18 621,00	77	30,8	28,7	47,6
004	103 726,8	25 740,00	79	26,7	36,3	51,5
005	128 226,9	37 016,00	54	28,5	38,4	54,9
006	161 045,9	42 688,00	134	13,4	53,4	52,9
007	201 172,1	56 988,00	418	11,9	52,8	50,1
008	245 628,5	72 437,00	722	10,3	53,5	52,6
009	234 206,4	73 452,00	113	14,1	48,8	64,2
010	264 561,7	86 885,00	146	12,0	53,2	60,9
011	344 092,5	103 6 98,00	322	14,5	63,0	54,8
012	376 907,1	123 4 72,00	776	15,3	60,2	52,5
013	405 069,9	137 2 62,00	438	10,8	57,5	48,2
014	431 913,8	141 1 06,00	540	8,0	60,4	38,7
015	474 694,5	159 8 00,00	1314	7,2	61,9	34,3
016	501 400,4	165 7 20,00	804	7,4	68,8	34,7
017	533 298,6	174 2 48,00	910	7,1	79,0	41,0

Теперь, когда имеются все данные, определим значимые факторы, проверив их на мультиколлинеарность, а затем определим уравнение множественной регрессии, которое покажет математическую зависимость между показателями.

А) Рассчитаем корреляционную матрицу. Расчеты представлены в таблице 2 (в ней номера столбцов соответствуют их порядку в таблице 1).

Таблица 2

Корреляционная матрица (для ВРП и независимых переменных)

	Сто лбец 1	Сто лбец 2	Сто лбец 3	Сто лбец 4	Сто лбец 5	Сто лбец 6
Сто лбец 1 (Y)	1					
Сто лбец 2 (X1)	0,998 191943	1				
Сто лбец 3 (X2)	0,840 465074	0,837 236359	1			
Сто лбец 4 (X3)	- 0,788527302	- 0,783004268	- 0,696523397	1		
Сто лбец 5 (X4)	0,911 504028	0,891 954356	0,745 754402	- 0,768877238	1	
Сто лбец 6 (X5)	- 0,41984716	- 0,428260214	- 0,553047382	0,318 31087	- 0,15868238	1

Б) Проверим уровень зависимости переменной «Y» от переменных «X» по формуле статистической значимости:

$$F = \frac{R^2}{1-R^2} * \frac{n-m-1}{m},$$

где n = 17, m = 2.

Затем сравним $F_{\text{расчётное}}$ с $F_{\text{критическое}}$, которое получим из таблицы распределения Фишера. В данном случае $F_{\text{критическое}}$, будем искать для $u_1 = 2$ и $u_2 = 14$ ($u_2 = n-m-1=17-2-1$). Далее в зависимости от результатов сравнения (расчетное значение должно быть больше критического) выберем значимые независимые переменные, которые будем проверять на мультиколлинеарность (табл.3).

Таблица 3

Проверка на зависимость объясняемой переменной от независимых переменных

и X1	\wedge^2	0,996 387155	Фрас четное	1930, 531119		Фкрити ческое (2;14)	Оста вляем
и X2	\wedge^2	0,706 381541	Фрас четное	16,84 046301		Фкрити ческое (2;14)	Оста вляем
и X3	\wedge^2	0,621 775306	Фрас четное	11,50 751712		Фкрити ческое (2;14)	Оста вляем
и X4	\wedge^2	0,830 839593	Фрас четное	34,38 084147		Фкрити ческое (2;14)	Оста вляем
и X5	\wedge^2	0,176 271637	Фрас четное	1,497 94704		Фкрити ческое (2;14)	Искл ючаем

Таким образом, в модель необходимо взять все факторы, кроме X5.

В данном случае проверим на мультиколлинеарность все факторы, кроме X5, так как они имеют тесную связь с объясняемой переменной (табл.4).

Таблица 4

Проверка на мультиколлинеарность

R ² X1 и X2	R ²	0,700964721	F расчетное	1 6,40860928	>	F критическое (2;14)	3 ,74	Исключаем X2
R ² X1 и X3	R ²	0,613095683	F расчетное	1 1,09232851	>	F критическое (2;14)	3 ,74	Исключаем X3
R ² X1 и X4	R ²	0,795582573	F расчетное	2 7,24365569	>	F критическое (2;14)	3 ,74	Исключаем X4

В) Итак, после проверки на зависимость валового регионального продукта от других показателей следует отобрать только один фактор для построения регрессионной модели X_1 - инвестиции в основной капитал на душу населения, в рублях.

Построим регрессионную модель для данного фактора. Регрессионная статистика, дисперсионный анализ и таблица коэффициентов представлены в таблицах 5-7.

Таблица 5

Регрессионная статистика

Множественный R	0,998191943
R-квадрат	0,996387155
Нормированный R-квадрат	0,996146298
Стандартная ошибка	9993,698132
Наблюдения	17

Таблица 6

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	1	4,13164E+11	4,13164E+11	4136,852398	9,79998E-20
Остаток	15	1498110035	99874002,35		
Итого	16	4,14662E+11			

Таблица 7

Таблица коэффициентов

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	p	Нижние	Верхние
--	--------------	--------------------	--------------	---	--------	---------

			ка	значен ие	95%	95%	
У- пересечен ие	863	27877,31	4493,388	6,2 04075551	1, 68745E- 05	182 99,88882	374 54,74845
Пер емнная X1	921	2,855023	0,044388936	64, 3183675	9, 79998E- 20	2,7 60411143	2,9 49636699

Исходя из регрессионной модели, получаем следующее уравнение регрессии:

$$Y = 2,855X + 27877$$

Можно сделать вывод, что при увеличении инвестиций в основной капитал на душу населения на 1% ВРП на душу населения увеличивается на 2855 рублей.

Далее проведем оценку и анализ модели, чтобы определить качество уравнения регрессии и модели в целом.

1) Оценим статистическую значимость коэффициента « b_1 ».

Данные для оценки приведены в таблице 8.

« b_1 » - это коэффициент при X в уравнении регрессии.

« Sb_1 » взято из таблицы коэффициентов.

« tb_1 » рассчитано по формуле $\frac{b_1}{sb_1}$.

Таблица 8

Данные для расчета статистической значимости « b_1 »

b_1	2,855024
sb_1 (стандартная ошибка)	0,044389
tb_1	64,3183675

Существует два вида оценки статистической значимости « b_1 ». Проверим значимость по каждому из этих видов:

А) По грубой оценке:

64,31 > 3 - это означает, что b_1 сильно значим, а значит, фактор X_1 в модели должен быть сохранен

Б) По критерию Стьюденту:

Необходимо найти из таблицы распределения Стьюдента $t_{\text{критическое}}$ для $\nu=15$ (17-1). Критическое значение будет равным 2,131.

$$t_{\text{расчётное}} = 64,32 \text{ (из табл. 8)}$$

$$t_{\text{расчётное}} > t_{\text{критическое}} \text{ (64,32 > 2,131)}$$

Исходя из этого сравнения, мы можем ещё раз подтвердить значимость коэффициента « b_1 », то есть объясняющая переменная «X» (инвестиции в основной капитал на душу населения) была выбрана правильно.

2) Построим доверительный интервал для параметра уравнения « b_1 » для того, чтобы можно было при необходимости сравнить результаты моделирования с данными, полученными на основе другой исходной выборки.

Доверительный интервал рассчитываем по ниже приведенной модели:

$$b_1 - t_{\text{критическая}} * Sb_1 \leq \beta_1 \leq b_1 + t_{\text{критическая}} * Sb_1$$

Данные для расчета:

« b_1 » - это коэффициент при X в уравнении регрессии (2,855)

« Sb_1 » - взято из таблицы коэффициентов (0,044).

« $t_{\text{критическая}}$ » - берем из таблицы Стьюдента для $\nu=15$ (17-1-1). Критическое значение будет равным 2,131.

$2,76 \leq \beta_1 \leq 2,95$ - искомый интервал

3) Рассчитаем коэффициент средней эластичности по объясняющей переменной.

Коэффициент средней эластичности рассчитывается по формуле

$$E = b_1 * \frac{x_{\text{среднее}}}{y_{\text{среднее}}} \quad \text{на основе данных таблицы 9.}$$

Таблица 9

Данные для расчета коэффициента средней эластичности

Год	ВРП на душу населения (руб.)	Инвестиции в основной капитал на душу населения (руб.)
2001	57891,0	14899,00
2002	66298,7	15003,00
2003	80809,2	18621,00
2004	103726,8	25740,00
2005	128226,9	37016,00
2006	161045,9	42688,00
2007	201172,1	56988,00
2008	245628,5	72437,00
2009	234206,4	73452,00
2010	264561,7	86885,00
2011	344092,5	103698,00
2012	376907,1	123472,00
2013	405069,9	137262,00
2014	431913,8	141106,00
2015	474694,5	159800,00
2016	501400,4	165720,00
2017	533298,6	174248,00
Среднее	271232,00	85237,35

$$E = b_1 * \frac{x_{\text{среднее}}}{y_{\text{среднее}}} = 2,855 * \frac{85237,35}{271232,00} = 0,89.$$

$E < 1$, значит эластичность низкая, что говорит о низком уровне влияния объясняющей переменной на объясняемую.

4) Оценим общее качество модели.

Для оценки общего качества модели понадобится R^2 (коэффициент детерминации). Данный коэффициент для общей модели рассчитан в таблице 5

$$R^2 = 0,996.$$

Замечание! Так как программа рассчитала коэффициент детерминации самостоятельно, отдельно его расчеты приведены не будут, но при необходимости его нетрудно посчитать с помощью формулы:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \text{усреднее})^2}, \text{ где}$$

$$(y_i - \text{усреднее})^2 = [y^2 - \bar{y}^2] * n$$

По найденному коэффициенту можно сделать вывод, что ВРП на душу населения на 99,6% зависит от инвестиций в основной капитал и на 0,4% от других факторов.

Полученная зависимость очень высокая. Это значит, что общее качество модели можно не улучшать, поскольку и так наблюдается тесная зависимость между объясняемой и объясняющей переменной.

5) Рассчитаем уровень аппроксимации.

Допустимый уровень аппроксимации не должен превышать 8-10%. Расчет уровня аппроксимации представлен в таблице 10.

Таблица 10

Расчет уровня аппроксимации

Y	e	e/Y
57891,0	12523,32003	0,216325854
66298,7	4412,542516	0,066555491
80809,2	231,5190615	0,002865009
103726,8	2361,165647	0,022763313
128226,9	5331,984083	0,041582414
161045,9	11293,32024	0,070124854
201172,1	10592,67817	0,052654807
245628,5	10941,81362	0,044546189
234206,4	3378,135658	0,014423755
264561,7	11374,37198	0,02993268
344092,5	20154,91084	0,058574107
376907,1	3485,732172	0,009248253
405069,9	14693,71204	0,03627451
431913,8	1175,476011	0,0027211552
474694,5	9415,641163	0,01983516
501400,4	388,5172263	0,000774864
533298,6	7939,076951	0,014886739
	A	71,71501385
	A-среднее	4,218530227

$A_{\text{средняя}} = 4,22 < 8\%$ - допустимый уровень аппроксимации (в настоящее время прослеживается тенденция, когда учёные продолжают работать с моделью, где аппроксимация не превышает 15%). Модель соответствует исходным данным.

6) Проверка модели на соответствие предпосылкам МНК (автокорреляция).

Такая проверка будет сделана двумя способами.

А) По распределению Дарбина-Уотсона:

Таблица 11

Данные для расчета автокорреляции

Набл юдение	Предска занное Y	Оста тки	e^2	(ei- ei-1)^2	к	Зн аки
1	70414,320	-	1568			-

	03	12523,32003	33544,5			
2	7711,2425	-	1947	6578		-
	2	4412,542516	0531,46	4711,85		
3	81040,719	-	5360	1748	1	-
	06	231,5190615	1,07583	0957,13		
4	101365,63	2361,	5575	6722	2	+
	44	165647	103,213	013,998		
5	133558,88	-	2843	5918	3	-
	41	5331,984083	0054,26	4552,77		
6	149752,57	1129	1275	2764		+
	98	3,32024	39082	00743,8		
7	190579,42	1059	1122	4908		+
	18	2,67817	04830,9	99,3048		
8	234686,68	1094	1197	1218	4	+
	64	1,81362	23285,3	95,5617		
9	237584,53	-	1141	2050		-
	57	3378,135658	1800,52	60947,4		
10	275936,07	-	1293	6393	5	-
	2	11374,37198	76338	9795,4		
11	323937,58	2015	4062	9940	6	+
	92	4,91084	20430,8	95675,2		
12	380392,83	-	1215	5588		-
	22	3485,732172	0328,77	80001,8		
13	419763,61	-	2159	1256	7	-
	2	14693,71204	05173,5	18812,7		
14	430738,32	1175,	1381	2518	8	+
	4	476011	743,852	31129,3		
15	484110,14	-	8865	1121	9	-
	12	9415,641163	4298,51	71763		
16	501011,88	388,5	1509	9612		+
	28	172263	45,6352	1521,72		
17	525359,52	7939,	6302	5701	10	+
	68	076951	8942,83	0952,15		
Сумма			1498	2890	10	
			110035	916373		

По таблице можно вычислить значение DW.

$$\frac{2890916373}{1498110035}$$

$$DW = 1498110035 = 1,93$$

Найдем доверительные интервалы по таблице Дарбина-Уотсона для $m=1$ (табл. 12).

Таблица 12

Данные по таблице Дарбина-Уотсона

dl	1,133		0;1,133	+
du	1,381		1,133;1,3	
			81	
4 - du	2,619		1,381;2,6	-
			19	
4 - dl	2,867		2,619;2,8	
			67	

			2,867;4	-
--	--	--	---------	---

Рассчитанное значение попадает в интервал (1,381; 2,619). Это означает, что автокорреляция отсутствует. Теперь проверим наличие автокорреляции вторым способом.

Б) По методу рядов (табл.13):

Таблица 13

Данные для определения автокорреляции по методу рядов

+	8
-	9
N	17
K	10
K1=	5
K2=	15
	5<10<15

Итак, мы видим, что $5 < 10 < 15$, то есть $K_1 < K < K_2$. Это означает, что автокорреляция отсутствует.

7) Проверим модель на гетероскедастичность (табл.14).

Таблица 14

Данные для расчета dix^2

N_x	N_e	dix	dix^2
1	15	14	196
2	7	5	25
3	1	-2	4
4	4	0	0
5	8	3	9
6	13	7	49
7	11	4	16
8	12	4	16
9	5	-4	16
10	14	4	16
11	17	6	36
12	6	-6	36
13	16	3	9
14	3	-11	121
15	10	-5	25
16	2	-14	196
17	9	-8	64
		Сумма dix^2	834

По данной таблице:

N_x – места значений X , ранжированных по возрастанию;

N_e – места значений e (остатков), ранжированных по возрастанию;

$dix = N_e - N_x$

Теперь, когда мы имеем значение «сумма dix^2 », мы можем найти сначала g_x , а затем $t_{расчётную}$ по формулам:

$$r_{xe} = 1 - \frac{6 \cdot d_{ix}^2}{17 \cdot (17^2 - 1)} = -0,022$$

$$t_{\text{расчётная}} = \left| \frac{-0,022 \sqrt{(18-2)}}{\sqrt{1 - (-0,022)^2}} \right| = 0,08$$

Далее, найдем по таблице распределения Стьюдента $t_{\text{критическую}}$ для $\nu = 15$ (т.к. $17-1-1=15$). Критическое значение равно 2,131.

Исходя из полученных расчетов, гетероскедастичность отсутствует, так как критическое значение больше расчетного. Это означает, что случайной ошибки в модели регрессии нет.

Таким образом, в расчетах были проведены возможные проверки к полученной модели регрессии. В целом можно говорить о том, что получившаяся модель очень высокого качества. Несмотря на то, что коэффициент эластичности низкий, остальные показатели, такие как коэффициент детерминации и коэффициент « b_1 » имеют высокие значения. Также отметим, что автокорреляция и гетероскедастичность отсутствуют, а это значит, что фактор X (инвестиции в основной капитал на душу населения) сильно влияет на показатель Y (ВРП на душу населения), поэтому построенная модель имеет место быть. Её можно использовать для прогнозирования.

В качестве вывода сделаем прогноз валового регионального продукта по значению инвестиций в основной капитал на душу населения на 2018 год. Данный прогноз делается в соответствии с ранее полученным уравнением регрессии

$$Y = 2,855X + 27877.$$

Для прогноза найдем значение необходимой независимой переменной, подставим её в уравнение регрессии и получим прогноз уровня ВРП на душу населения.

Значимый показатель X – инвестиции в основной капитал на душу населения в 2018 году = 189643 рублей на душу населения.

Прогнозное значение уровня ВРП на душу населения составит:

$$Y = 2,855 \cdot 189643 + 27877 = 569\,307,77 \text{ руб.}$$

Таким образом, исходя из прогноза, можно сделать вывод о том, что ВРП в Татарстане будет продолжать иметь положительную динамику. В 2017 году ВРП составлял 533 298,6 рублей на душу населения. В 2018 году показатель повысится по сравнению с 2017 годом приблизительно на 36 000 руб и составит 569 307 рублей на душу населения. Данное значение уровня ВРП на душу населения является самым высоким за рассмотренный период времени. Учитывая, что построенная модель имеет высокий уровень качества, то данному рассчитанному показателю можно доверять.

Учет тенденции при построении модели регрессии I

1) Часто при изучении временных данных возникает необходимость оценить уровень взаимосвязи и их изменений для двух и более временных рядов разного содержания по влиянию друг на друга.

Для исключения тренда будет использован метод включения фактора времени. В доказательство того, что фактор времени необходим, будут приведены два графика для независимой переменной « Y » и объясняющей « X », которая была отобрана ранее (рис. 1,2).

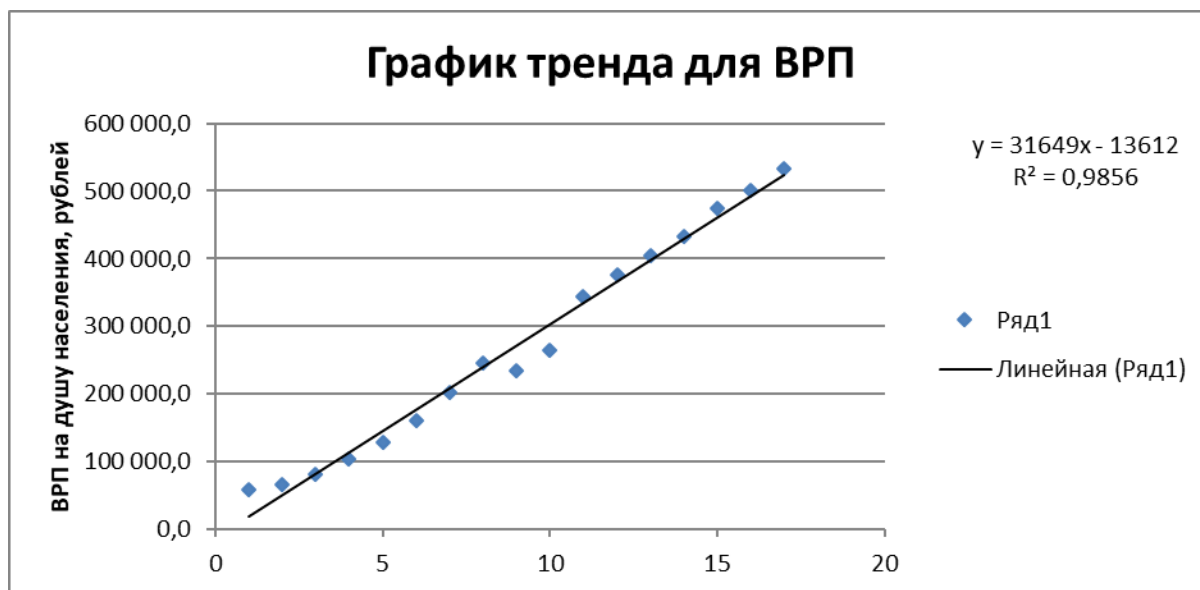


Рисунок 1. - Тренд для «Y»

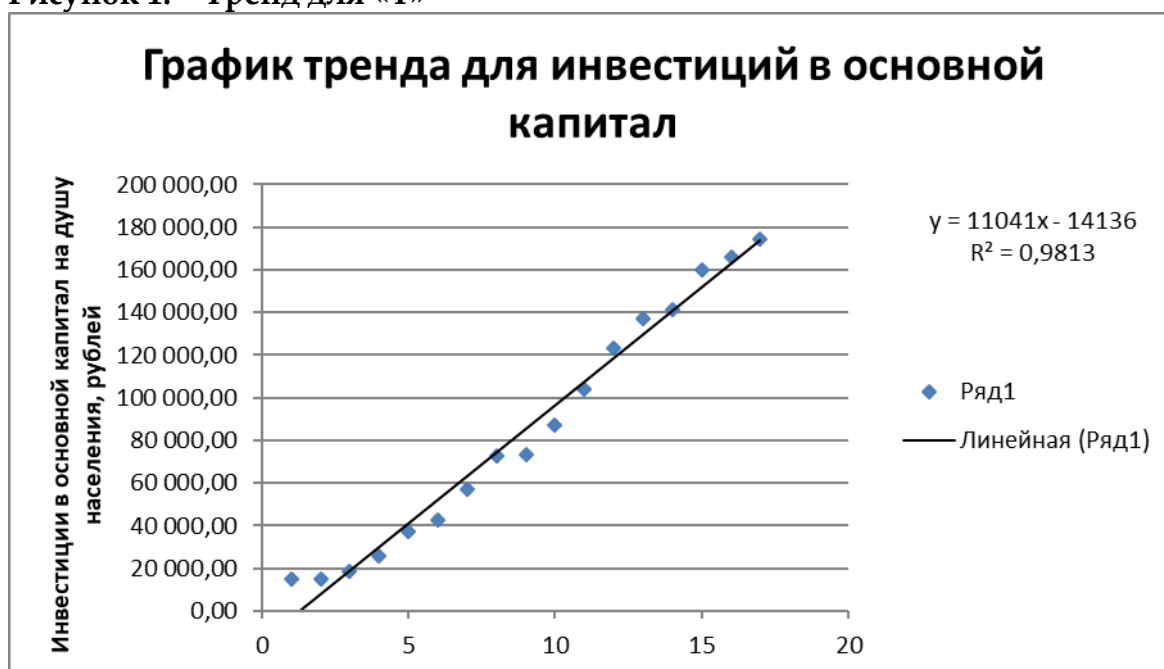


Рисунок 2. - Тренд для «X»

Как мы видим, графики имеют постоянную тенденцию увеличения, причем данная тенденция линейная с самым большим коэффициентом детерминации из возможных в других моделях. Линейный тренд двух факторов говорит о том, что фактор времени необходим, и именно он может улучшить модель и не допустить ложной корреляции (точки на графиках соответствуют временам от 2001 по 2017 год).

Итак, включим в получившуюся модель фактор времени. Уравнение регрессии будет иметь вид $Y(t) = b_1x + b_2t + b_0$, где «X» - это фактор, который имел самую сильную зависимость в рассчитанной ранее модели.

Определим зависимость ВРП на душу населения от инвестиций в основной капитал на душу в Республике Татарстан (табл. 15).

Таблица 15

Данные для определения зависимости ВРП на душу населения от инвестиций в основной капитал на душу населения (с учетом фактора времени)

Год	ВРП на душу населения (руб.)	Инвестиции в основной капитал на душу	t (фактор времени)
-----	------------------------------	---------------------------------------	--------------------

		населения (руб.)	
2001	57891,0	14899,00	1
2002	66298,7	15003,00	2
2003	80809,2	18621,00	3
2004	103726,8	25740,00	4
2005	128226,9	37016,00	5
2006	161045,9	42688,00	6
2007	201172,1	56988,00	7
2008	245628,5	72437,00	8
2009	234206,4	73452,00	9
2010	264561,7	86885,00	10
2011	344092,5	103698,00	11
2012	376907,1	123472,00	12
2013	405069,9	137262,00	13
2014	431913,8	141106,00	14
2015	474694,5	159800,00	15
2016	501400,4	165720,00	16
2017	533298,6	174248,00	17

Регрессионная статистика, дисперсионный анализ и таблица коэффициентов представлены в таблицах 16-18.

Таблица 16

Регрессионная статистика

Множественный R	0,998608945
R-квадрат	0,997219824
Нормированный R-квадрат	0,996822656
Стандартная ошибка	9074,428341
Наблюдения	17

Таблица 17

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>
Регрессия	2	4,1350 9 E+11	2,0675 5 E+11	2510,8 26575	1,2838 2 E-18
Остаток	14	11528 33496	82345 249,71		
Итого	16	4,1466 2 E+11			

Таблица 18

Таблица коэффициентов

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	p-значение
--	--------------	--------------------	--------------	------------

У-пересечение	7	18289,5372	6210,5	2,944	0,010
Перем енная X1	8	2,25681369	0,2949	7,652	2,287
Перем енная X2	4	6730,84858	3287,0	2,047	0,059
			00187	937882	652079
			06371	644783	04E-06
			44331	690237	832661

Исходя из регрессионной модели, получаем следующее уравнение регрессии:

$$Y = 2,2568X + 6730,8485t + 18289,53$$

Можно сделать вывод, что при увеличении инвестиций в основной капитал на 1%, ВРП увеличивается на 2256 рублей (с учетом фактора времени).

Можно утверждать, что слагаемое $6730,8485t$ учитывает общую тенденцию развития.

Проведем оценку и анализ модели, которая была получена с учетом фактора времени.

1) Оценим общее качество модели.

Для оценки общего качества модели понадобится R^2 (коэффициент детерминации).

Данный коэффициент для общей модели рассчитан в таблице 16 $R^2 = 0,997$.

По найденному коэффициенту можно сделать вывод, что ВРП на душу населения на 99,7% зависит от инвестиций в основной капитал на душу населения и на 0,3 % от других факторов. Коэффициент детерминации очень сильный, что свидетельствует о хорошем качестве модели.

2) Рассчитаем уровень аппроксимации (табл.19).

Таблица 19

Расчет уровня аппроксимации (учет фактора времени)

Y	e	e/Y
57891,0	753,6531363	0,013018485
66298,7	688,4896554	0,010384663
80809,2	302,9891123	0,003749438
103726,8	423,4838125	0,004082685
128226,9	7255,09603	0,056580141
161045,9	6032,408091	0,037457694
201172,1	7155,323626	0,035568171
245628,5	10015,36022	0,040774422
234206,4	10428,25427	0,044525915
264561,7	17119,58125	0,06470922
344092,5	17736,56146	0,051545911
376907,1	805,9211908	0,002138249
405069,9	10495,43064	0,025910172
431913,8	942,4288912	0,002181984
474694,5	5196,594963	0,010947241
501400,4	1418,119361	0,002828317
533298,6	7339,367281	0,01376221
	A	42,01649179
	A-среднее	2,47155834

$A_{\text{средняя}} = 2,47 < 8\%$ - допустимый уровень аппроксимации

Модель соответствует исходным данным. Необходимо продолжать работать с ней.

3) Проверим модель на наличие автокорреляции остатков.

Такая проверка будет сделана двумя способами.

А) По распределению Дарбина-Уотсона (табл.20).

Таблица 20

Данные для расчета автокорреляции

Набл юдение	Предска занное Y	Оста тки	e^*2	$(e_i - e_{i-1})^*2$	к	Зн аки
1	58644,653	-	5679		1	-
	14	753,6531363	93,0499			
2	65610,210	688,4	4740	2079		+
	34	896554	18,0056	775,832		
3	80506,210	302,9	9180	1486		+
	89	891123	2,40216	10,6687		
4	103303,31	423,4	1793	1451	2	+
	62	838125	38,5394	8,97277		
5	132481,99	-	5263	5896	3	-
	6	7255,09603	6418,4	0588,4		
6	155013,49	6032,	3638	1765		+
	19	408091	9947,38	57765,8		
7	194016,77	7155,	5119	1260		+
	64	323626	8656,19	939,298		
8	235613,13	1001	1003	8179	4	+
	98	5,36022	07440,4	809,329		
9	244634,65	-	1087	4179		-
	43	10428,25427	48487	41373,3		
10	281681,28	-	2930	4477	5	-
	13	17119,58125	80062,3	3856,87		
11	326355,93	1773	3145	1214	6	+
	85	6,56146	85612,3	950685		
12	377713,02	-	6495	3438		-
	12	805,9211908	08,9657	23662,8		
13	415565,33	-	1101	9388	7	-
	07	10495,43067	54064,9	6593,95		
14	430971,37	942,4	8881	1308	8	+
	11	288912	72,2149	24631,3		
15	479891,09	-	2700	3768	9	-
	5	5196,594963	4599,21	7613,88		
16	499982,28	1418,	2011	4375		+
	06	119361	062,522	4445,59		
17	525959,23	7339,	5386	3506	10	+
	64	367281	6312,09	1176,93		
Сумма			1152	2609	10	
			833496	906048		

По этой таблице можно вычислить значение DW

$$\frac{1152833496}{2609906048} = 2,26.$$

DW = 2,26.

Найдем доверительные интервалы по таблице Дарбина-Уотсона для $m=2$, данные представлены в таблице 21.

Таблица 21

Данные по таблице Дарбина-Уотсона

di	1,015		0;1,015	+
du	1,536		1,015;1,5	
			36	
4 - du	2,464		1,536;2,4	-
			64	
4 - di	2,985		2,464;2,9	
			85	
			2,985;4	-

Расчитанное значение попадает в интервал (1,536; 2,464). Это означает, что автокорреляция отсутствует. Теперь проверим наличие автокорреляции вторым способом.

Б) По методу рядов (табл.22).

Таблица 22

Данные для определения автокорреляции по методу рядов

+	10
-	7
N	17
K	10
K1=	5
K2=	15
	5<10<15

Итак, мы видим, что $5 < 10 < 15$, это означает, что автокорреляция отсутствует.

В дальнейшем нет необходимости усовершенствовать модель, пробуя ввести в неё новые объясняющие переменные.

4) Проверим модель на гетероскедастичность.

Данные для расчета представлены в таблице 23.

Таблица 23

Данные для расчета dix^2

Nx	Ne	dix	dix ^2
1	4	3	9
2	3	1	1
3	1	-2	4
4	2	-2	4
5	11	6	36
6	9	3	9
7	10	3	9
8	13	5	25
9	14	5	25
10	16	6	36
11	17	6	36
12	5	-7	49
13	15	2	4
14	6	-8	64
15	8	-7	49
16	7	-9	81
17	12	-5	25

		Сумма	466
		$dix \wedge 2$	

По данной таблице:

N_x – места значений X , ранжированных по возрастанию;

N_e – места значений e (остатков), ранжированных по возрастанию;

$dix = N_e - N_x$.

Теперь, когда мы имеем значение «сумма dix^2 », мы можем найти сначала rx_e , а затем $t_{расчетную}$ по формулам:

$$rx_e = 1 - \frac{6 \cdot dix^2}{18 \cdot (18^2 - 1)} = 0,42$$

$$t_{расчѐтная} = \left| \frac{0,42 \cdot \sqrt{(18-2)}}{\sqrt{1-0,42^2}} \right| = 1,84$$

Далее, найдем по таблице распределения Стьюдента $t_{критическое}$, которое равно 2,131.

Исходя из полученных расчетов, гетероскедастичность отсутствует, так как критическое значение больше расчетного. Это означает, что случайной ошибки в модели регрессии нет.

Таким образом, можно сделать вывод, что введение в модель фактора времени « t » улучшило её. Автокорреляция отсутствует, коэффициент детерминации принял ещё более высокое значение (увеличился на 0,0009%), а аппроксимация не превышает допустимого уровня (уменьшилась на 1,7). Это означает, что уравнение регрессии, в которое включен фактор времени, хорошо оценивает тенденцию процесса.

В качестве вывода к работе сделаем прогноз валового регионального продукта по значению инвестиций в основной капитал на душу населения на 2018 год. Данный прогноз делается в соответствии с уравнением регрессии, которое было получено ранее в виде:

$$Y = 2,2568X + 6730,8485t + 18289,53$$

Для прогноза найдем значение необходимой независимой переменной, подставим её в уравнение регрессии и получим прогноз уровня ВРП на душу населения.

Значимый показатель X – инвестиции в основной капитал на душу населения в 2018 году = 189643 рублей на душу населения. $T = 18$, так как мы прогнозируем 18-ый временной промежуток.

Прогнозное значение уровня ВРП на душу населения:

$$Y = 2,2568 \cdot 189643 + 6730,8485 \cdot 18 + 18289,53 = 567\,431,1254$$

Таким образом, исходя из прогноза, можно сделать вывод о том, что ВРП на душу населения в Татарстане будет продолжать иметь положительную динамику. В 2017 году ВРП составлял 533 298,6 рублей на душу населения. В 2018 году показатель повысится по сравнению с 2017 годом приблизительно на 34132 и составит 567431 на душу населения. Данное значение уровня ВРП на душу населения является самым высоким за рассмотренный период времени. Учитывая, что построенная модель имеет высокий уровень качества, то рассчитанному показателю можно доверять.

Сравнение прогноза без учета и с учетом фактора времени:

Если сравнить прогноз без учета временного ряда и с учетом фактора времени, то мы можем заметить, что в первом случае результат был 569 307 рублей на душу населения. Во втором случае 567 431 рублей в месяц. В обоих случаях наблюдается тенденция увеличения, в первом прогнозе данное увеличение чуть больше. Однако лучше доверять прогнозу по второй модели с фактором времени, поскольку в нём уровень аппроксимации меньше, а коэффициент детерминации больше. В итоге, учет фактора времени сыграл положительную роль в прогнозе.

Список литературы

1. Бек мухамедова Б. У., Матрасулов Б. Э. Влияние иностранных инвестиций на экономику страны // Молодой ученый [Электронный ресурс]. – 2016. – №10. – С. 622-624. – URL: <https://moluch.ru/archive/114/28956/>
2. Об утверждении плана мероприятий по реализации стратегия социально-экономического развития Республики Татарстан до 2030 года (с изменениями на: 26.12.2016) // АО «Кодекс» [Электронный ресурс] - URL: <http://docs.cntd.ru/document/438828672>
3. Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики // [Электронный ресурс]. - URL: <http://www.gks.ru>
4. Ратникова Т.А. Введение в эконометрический анализ панельных данных. ЭЖ ВШЭ, т.10, №2 - 4, 2006
5. Русавская А. В. Инвестиции и инвестиционный потенциал региона // УЭКС. [Электронный ресурс] 2012. №1 (37). URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/investitsii-i-investitsionnyu-potentsial-regiona>
6. Шабанова К. Р. Инвестиционный потенциал Республики Татарстан и барьеры для привлечения иностранных инвестиций в регион // Молодой ученый [Электронный ресурс]. – 2014. – №7. – С. 433-435. – URL: <https://moluch.ru/archive/66/10961/>
7. Юрасова О. И., Багирова Л. И., Попченко А. С. Инвестиционный климат и его влияние на экономическую безопасность Республики Татарстан // Молодой ученый [Электронный ресурс]. – 2015. – №23. – С. 698-700. – URL: <https://moluch.ru/archive/103/23990/>

References

1. Bek muhamedova B.W., Matrasulov B. E. The influence of foreign investment on the economy of the country // Young Scientist [Electronic resource]. - 2016. - №10. - P. 622-624. - URL: <https://moluch.ru/archive/114/28956/>
2. On the approval of the plan of measures for the implementation of the strategy of social and economic development of the Republic of Tatarstan until 2030 (with changes to: 26.12.2016) // JSC "Codex" [Electronic resource] - URL: <http://docs.cntd.ru/document/438828672>
3. Official site of the Federal Service of State Statistics // [Electronic resource]. - URL: <http://www.gks.ru>
4. Ratnikova T.A. Introduction to the econometric analysis of panel data. EJ HSE, V.10, №2 - 4, 2006
5. Rusavskaya A. V. Investments and investment potential of the region // UE.S. [Electronic resource]

- resource] 2012. № 1 (37). URL: <http://cyberleninka.ru/article/n/investitsii-i-investitsionnyu-potentsial-regiona>
6. Sha
banova K. R. Investment potential of the Republic of Tatarstan and barriers to attracting foreign investment in the region // Young Scientist [Electronic resource]. - 2014. - № 7. - P. 433-435. - URL: <https://moluch.ru/archive/66/10961/>
7. Yur
asova O.I., Bagirova L.I., Popchenko A.S. Investment Climate and Its Impact on Economic Security of the Republic of Tatarstan // Young Scientist [Electronic resource]. - 2015. - №23. - P. 698-700. - URL: <https://moluch.ru/archive/103/23990/>