

УДК 514

**ИНФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ АППРОКСИМАЦИИ  
ТОЧЕЧНЫХ МНОЖЕСТВ ПРИ ОДНОФАКТОРНОМ  
ЭКСПЕРИМЕНТЕ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ  
ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ****Синицын Сергей Александрович**доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой  
«Теоретическая и прикладная механика»  
Российского университета транспорта (РУТ(МИИТ))**Аннотация**

Основной задачей аппроксимации является построение геометрической модели кривой, обладающей определенными дифференциальными свойствами и удовлетворяющей ряду конкретных требований, связанных с прохождением кривой вблизи узловых точек. В статье рассматривается задача построения геометрической модели, которая обеспечивает выбор типа аппроксимирующей зависимости и значений ее рабочих характеристик (коэффициентов, показателей степени и т.д.). Так как множество точек  $\{A_i\}$  составляет независимые параметры модели, названные в теории экспериментов факторами, то наши модели  $M=f(\{A_i\})$  здесь называются моделями однофакторного эксперимента.

**Ключевые слова:** аппроксимация узловых точек, дифференциальный обвод, однофакторный эксперимент, регрессивный анализ, модель аппроксимации, полоса рассеяния.

**APPROXIMATION INFORMATION MODEL POINT SETS WITH ONE-  
FACTOR EXPERIMENT UNDER UNCERTAINTY BACKGROUND  
INFORMATION****Sergey A. Sinitsyn**Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department  
"Theoretical and Applied Mechanics"  
Russian University of Transport (RUT (MIIT))**ABSTRACT**

The main task of approximation is to construct a geometric model of a curve that has certain differential properties and satisfies a number of specific requirements related to the passage of a curve near nodal points. The article considers the task of constructing a geometric model that provides a choice of the type of approximating dependence and the values of its operating characteristics (coefficients, exponents, etc.). Since the set of points  $\{A_i\}$  makes up the independent parameters of the model, called factors in the theory of experiments, our models  $M = f(\{A_i\})$  here are called models of one-factor experiment.

**Keywords:** approximation of nodal points, differential contour, one-way experiment, regression analysis, approximation model, scattering band.

Вариативность решения задачи построения модели аппроксимации дискретного обвода, заданного множеством точек  $M=f(\{A_i\})$  связана с проблемой ее формализации, из-за неоднозначных решений, выполняемых приблизительно с одинаковой точностью. Создаваемая модель не может удовлетворять всем требованиям одновременно, поэтому существует некоторая погрешность ее адекватности, отражающая неполное соответствие аппроксимирующей зависимости всем особенностям требуемой геометрической формы [1, с. 51].

Применение метода регрессивного анализа или метода наименьших квадратов, предоставляет возможность построения полинома  $n$ -й степени:  $y=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots$  и определения его коэффициентов  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  так, чтобы суммы квадратов отклонений заданных экспериментальных точек от значений, вычисленных по модели  $\Delta_y = y_i - \bar{y}_i$ , были бы минимальны:

$$\sum_{i=1}^m \Delta_{y_i}^2 \rightarrow \min \quad (1)$$

Модификации метода позволяют получить соотношения, удовлетворяющие различным группам локальных требований. Решения таких оптимизационных задач, как правило, выполняются вариационными методами [2, с.73].

Относительно аппроксимирующей зависимости исходная информация (координаты экспериментальных точек) имеет стохастический характер, поскольку прохождение кривой через все фиксированные точки не лимитируется. Отклонение  $\Delta_y$  может считаться случайным фактором, связанным либо с ошибками измерения экспериментальных точек, либо с неопределенностью самого обвода. Случайный характер разности

$$\Delta y = y_i - \bar{y}_i \quad (2)$$

может быть обусловлен случайными свойствами параметров  $y_i$  или  $\bar{y}_i$ .

Допустим, что случайным является значение  $y_i$ , связанное с измерением координат экспериментальной точки  $A_i(x_i, y_i)$ . Так как распределения случайных реализаций точки  $A_i$  вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$  разделить достаточно сложно, то будем считать, что вся погрешность имеет место при определении координаты  $y_i$ , а вторая координата  $x_i$  определена без погрешности.

Ставится задача определения вероятностных параметров полосы рассеяния [4, с.86] экспериментальных точек относительно заданной модели  $M=f(\{A_i\})$ . Такая полоса рассеяния может иметь самые разные формы, и ее наиболее полным описанием согласно ГОСТ 8.401- и ГОСТ 8.009- является выявление границ как функций расчетных значений параметров  $\bar{y}_i$ . Тем самым может быть определено случайное отклонение для каждого значения  $y_i$  экспериментальной точки  $A_i$ .

Построение полосы рассеяния для совокупности распределений позволяет оценить достоверность модели с точки зрения доверительной вероятности нахождения экспериментальных точек  $\{A_i\}$  в границах полосы рассеяния.

Однако при небольшом числе экспериментальных точек построение достоверной полосы на основе интерквантильных оценок весьма затруднительно. Для построения доверительного интервала с погрешностью 5% требуется иметь порядка 300÷400 точек, в то

же время, применение энтропийных оценок для достижения такой же точности требует ~30÷40 экспериментальных точек [5, с.193].

Таким образом, для построения полосы рассеяния аппроксимирующего обвода эффективно применение энтропийного подхода.

Аппроксимирующая функция задается на основании критерия (1), учитывающего реальные условия измерения экспериментальных точек, поэтому параметры  $y_i \wedge \bar{y}_i$  можно считать коррелированными. Количественно такая взаимосвязь представляется коэффициентом множественной корреляции  $\rho_{y, \bar{y}}$ :

$$\rho_{y, \bar{y}} = \sqrt{1 - (\sigma_{\Delta} / \sigma_y)^2}, \tag{3}$$

где  $\sigma_{\Delta}$  - среднеквадратическое отклонение экспериментальных точек от горизонтали  $y = \bar{y}$  (рис.1);  $\sigma_y$  - СКО узловых точек обвода от горизонтальной прямой на уровне  $\bar{y}$  (рис.1).

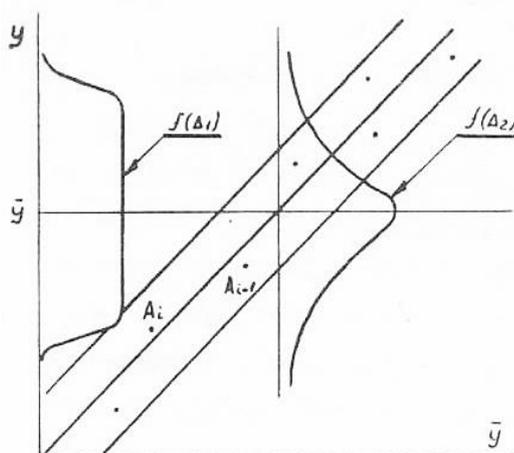


Рисунок 1. СКО узловых точек

Учитывая, что  $\sigma_{\Delta}$  определяет абсолютную величину ширины полосы рассеяния [6, с. 236], может быть записано выражение для относительной погрешности:

$$P_a = \sigma_{\Delta} / (2\sigma_y), \tag{4}$$

на основании которого преобразуется выражение (3):

$$\rho = \sqrt{1 - [2P_a]^2}; P_a \approx \sqrt{1 - \rho^2}. \tag{5}$$

Энтропийная погрешность случайных значений  $y_i$ , с учетом характера распределения  $\sigma_y$ , приближена к равномерному и определяется по формуле:

$$\Delta_{y_1} \cong \sqrt{3}\sigma_y. \tag{6}$$

Распределение отклонений  $\sigma_{\Delta}$  достаточно точно описывается нормальным законом [7, с.105], поэтому значение его энтропийной погрешности равно:

$$\Delta_{y_2} \cong 2,066\sigma_{\Delta}. \tag{7}$$

На основании соотношений (6), (7) оценивается относительная погрешность исходной информации:

$$P = \frac{\Delta}{2\Delta} = \frac{2,066\sigma_{\Delta}}{2\sqrt{3}\sigma_y} \cong \frac{\sigma_{\Delta}}{\sqrt{3}\sigma_y}. \tag{8}$$

Ширина полосы неопределенности линии регрессии задается суммарной энтропийной погрешностью [8, с.303] (рис.2)

$$\Delta_y^a \cong 2k\sigma_\Sigma, \quad (9)$$

где  $k$  – энтропийный коэффициент, зависящий от суммарного закона распределения.

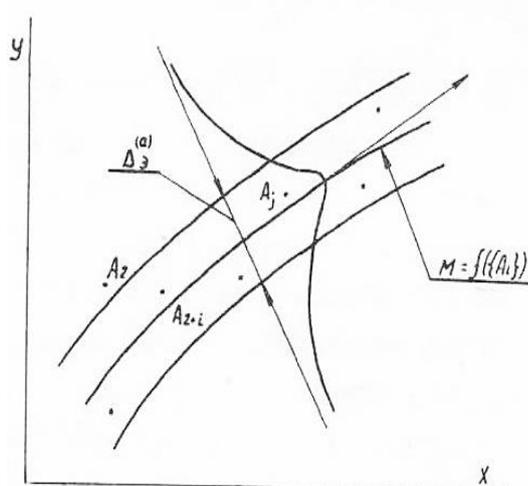


Рисунок 2. Модель полосы линии регрессии

Суммарное СКО  $\sigma_\Sigma$  определяется по формуле:

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\frac{\sigma_\Delta^2}{n-L} + \frac{x^2 a^2 (1-\rho^2)}{(n-L)\rho^2}}, \quad (10)$$

где  $\sigma_\Delta$  – СКО узловых точек обвода;  $n$  – размерность массива экспериментальных точек;  $L$  – количество, определяемых коэффициентов;  $a$  – коэффициент регрессии при первой степени  $x$ ;  $\rho$  – коэффициент множественной корреляции, вычисляемый на основании энтропийной погрешности исходных данных (8) с учетом (5):

$$\rho = \sqrt{1 - 3P_y^2}, \quad (11)$$

Формула (10) упрощается при небольшом рассеянии экспериментальных точек [9, с.69] и большой протяженности обвода, поскольку в этом случае коэффициент множественной корреляции близок к единице ( $\rho \rightarrow 1$ ):

$$\sigma_\Sigma = \sqrt{\frac{\sigma_\Delta^2}{n-L}}. \quad (12)$$

В задачах интерполяции  $\Sigma_\Delta = 1$  и, следовательно, погрешность аппроксимации также отсутствует:  $\sigma_\Sigma = 1$ .

### Список литературы

1. Сеницын С.А. Информационно-статистический метод оптимального моделирования гладких дифференциальных поверхностей при итерационном проектировании технических объектов на транспорте // монография. Москва: ФГАОУ ВО «Московский университет путей сообщения». РОАТ. 2017. 103с.
2. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей // Электротехнологии и электрооборудование в АПК, 2019, 2 (35), с. 71 – 77.
3. Левчук Т.В., Лочканов Д.С., Морозов К.О. Компьютерное и математическое моделирование экономических и транспортных процессов // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.82-84.

4. Левчук Т.В., Казаков М.С., Зверев А.С. Оптимизация систем массового обслуживания// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.84-87.
5. Левчук Т.В., Захаров К.О., Вороненков А.А. Системы управления измерениями// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.190-194.
6. Панченко В. А. Создание трёхмерных моделей солнечных теплофотоэлектрических модулей в системе автоматизированного проектирования // Инновации в сельском хозяйстве. Теоретический и научно-практический журнал, № (2) 27/2018, с. 232 – 238.
7. Панченко В.А. Моделирование теплофотоэлектрических модулей для энергоснабжения инфраструктурных объектов // Современные проблемы совершенствования работы железнодорожного транспорта: межвузовский сборник научных трудов – Москва: Российский университет транспорта (МИИТ), 2018, с. 100 – 109.
8. Киричев А.В., Климов Е.И., Панченко В.А. Обзор теплофотоэлектрических модулей как энергоэффективных установок солнечной энергетики // Эффективная энергетика – 2015. Материалы научно-практической конференции с международным участием 21 – 22 мая 2015 года Издательство политехнического университета, Санкт – Петербург, 2015 г, с. 301 – 307.
9. Левчук Т.В., Втулкин М.Ю. Инновационные технологии на железнодорожном транспорте// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2012. №1. С.68-71.

#### References

1. Sinitsyn S.A. Information-statistical method for optimal modeling of smooth differential surfaces in the iterative design of technical objects in transport // monograph. Moscow: Moscow State University of Railway Engineering. ROAT. 2017.103s.
2. Panchenko V.A. Modeling of solar thermal photovoltaic modules // Electrotechnologies and electrical equipment in the agro-industrial complex, 2019, 2 (35), p. 71 - 77.
3. Levchuk T.V., Lochkanov D.S., Morozov K.O. Computer and mathematical modeling of economic and transport processes // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. S.82-84.
4. Levchuk T.V., Kazakov M.S., Zverev A.S. Optimization of queuing systems // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. S.84-87.
5. Levchuk T.V., Zakharov K.O., Voronnikov A.A. Measurement management systems // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. S.190-194.
6. Panchenko V.A. Creation of three-dimensional models of solar thermal photovoltaic modules in a computer-aided design system // Innovations in Agriculture. Theoretical and Scientific-Practical Journal, No. (2) 27/2018, p. 232 - 238.
7. Panchenko V.A. Modeling of photovoltaic modules for energy supply of infrastructure facilities // Modern problems of improving the work of railway transport: interuniversity collection of scientific papers - Moscow: Russian University of Transport (MIIT), 2018, p. 100 - 109.
8. Kirichev A.V., Klimov E.I., Panchenko V.A. Overview of thermophotovoltaic modules as energy-efficient solar energy installations // Effective Energy - 2015. Materials of a scientific and practical conference with international participation May 21-22, 2015 Publishing House of the Polytechnic University, St. Petersburg, 2015, p. 301-307.
9. Levchuk T.V., Vtulkin M.Yu. Innovative technologies in railway transport // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2012. No1. S.68-71.