
ПОГРЕШНОСТЬ ФОРМЫ ПОВЕРХНОСТИ ЛИНЕЙНОГО КАРКАСА

Синицын Сергей Александрович

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой

«Теоретическая и прикладная механика»

Российского университета транспорта (РУТ(МИИТ))

Аннотация

В статье рассматривается модель погрешностей определения регулярных точек поверхности, заданной дискретным каркасом линий двух семейств. Семейства линий определены в плоских сечениях, параллельных координатным плоскостям OXY , OYZ . Счетные параметры линий являются конечными. Линии семейств считаются вполне заданными элементами первого класса для основных плоскостей проекций. Такое задание поверхности однозначно определяет конечное множество точек, инцидентных каждой паре заданных линий, которые также являются вполне заданными элементами первого класса. Остальные точки поверхности могут быть определены приближенно, с точностью решения задачи аппроксимации. Несмотря на отличие точности задания узловых и промежуточных точек, в данной модели принимается равновероятное распределение погрешностей определения всех точек, принадлежащих каркасной поверхности. При этом абсолютная погрешность моделирования поверхности измеряется величиной энтропийного интервала неопределенности на всем протяжении поверхности с вероятностью $P = 0,95$.

Ключевые слова: погрешность задания поверхности, дискретный каркас, конечные множества точек, энтропийный интервал, правильные семейства линий, суммарные распределения погрешностей, аппроксимация обводов.

SURFACE SHAPE ERROR OF LINEAR FRAME

Sergey A. Sinitsyn

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department

“Theoretical and Applied Mechanics”

Russian University of Transport (RUT (MIIT))

ABSTRACT

The article considers the model of errors in determining regular points of a surface defined by a discrete skeleton of lines of two families. Line families are defined in plane sections parallel to the OXY , OYZ coordinate planes. The counting parameters of the lines are finite. Lines of families are considered to be completely given elements of the first class for the main planes of projections. Such a definition of a surface uniquely determines a finite set of points incident to each pair of given lines, which are also completely given elements of the first class. The

remaining surface points can be determined approximately, with the accuracy of solving the approximation problem. Despite the difference in the accuracy of defining nodal and intermediate points, this model accepts an equally probable distribution of errors in determining all points belonging to the wireframe surface. Moreover, the absolute error of surface modeling is measured by the value of the entropy interval of uncertainty over the entire surface with a probability of $P = 0.95$.

Keywords: surface error, discrete frame, finite sets of points, entropy interval, regular line families, total error distributions, approximation of contours.

Вполне заданными элементами поверхности являются линии двух правильных семейств $\{m_i\}$ и $\{n_j\}$ (рис.1). Будем считать, что все линии первого семейства обладают едиными информационными свойствами, связанными с точностью их задания $Inf(P_m)$. Линии второго семейства также заданы с одинаковой точностью, определяемой информационной характеристикой $Inf(P_n)$ [1,с.62]. В некоторых случаях информационные параметры принимаются равными [2,с.44]. Так как дискретный каркас поверхности имеет счетное количество элементов каждого класса, то будем считать размерности множеств $\{m_i\}$ и $\{n_j\}$, заданными.

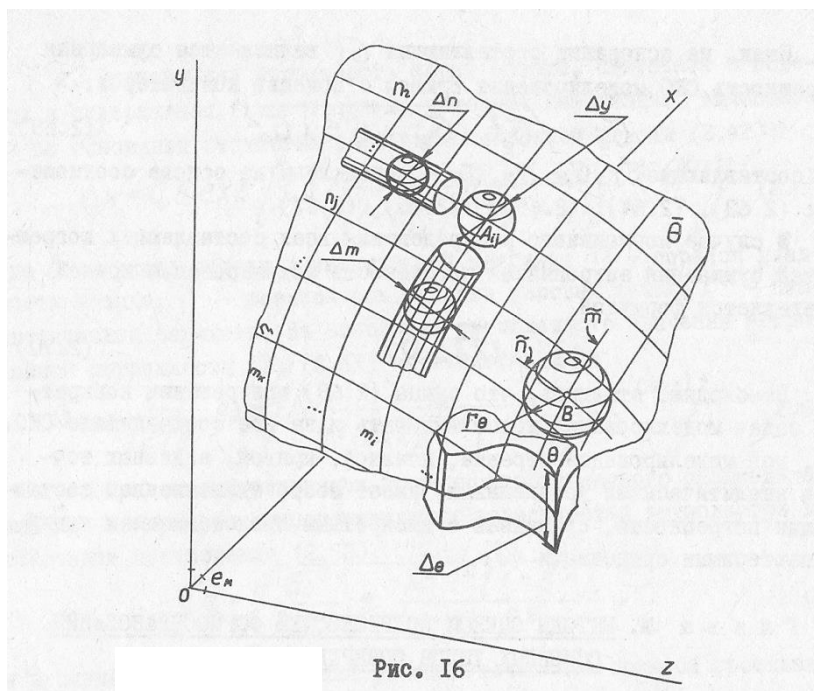


Рисунок 1. Модель погрешностей каркасной поверхности

Итак, любая точка B , произвольно взятая на поверхности θ , определена как инциденция пары линий $(\tilde{m} \times \tilde{n})$, каждая из которых представляет собой аппроксимирующий обвод, построенный приближенными методами [3,с.75]. Тогда суммарная погрешность моделирования точки B определится соотношением

$$\Delta_B = 2k_{\Sigma}\sigma_{\Sigma}, \quad (1)$$

где k_{Σ} - энтропийный коэффициент суммарного распределения погрешностей,

σ_{Σ} - СКО суммарного распределения:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\tilde{m}}^2 + \sigma_{\tilde{n}}^2}. \quad (2)$$

Составляющие СКО в (2) могут быть представлены через соответствующие энтропийные погрешности:

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\Delta_{\tilde{m}}^2}{4k_{\tilde{m}}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{n}}^2}{4k_{\tilde{n}}^2}}, \quad (3)$$

где $k_{\tilde{m}}, k_{\tilde{n}}$ - энтропийные коэффициенты распределений погрешностей аппроксимирующих обводов \tilde{m} и \tilde{n} соответственно.

С учетом (3) соотношение (2) запишется

$$\Delta_B = k_{\Sigma} \sqrt{\frac{\Delta_{\tilde{m}}^2}{k_{\tilde{m}}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{n}}^2}{k_{\tilde{n}}^2}}. \quad (4)$$

Считается, что обвод \tilde{m} является интерполирующим, построенным по N заданным узловым точкам (N - размерность линейного массива $\{n_j\}$). Обвод \tilde{n} также является интерполирующим [4, с. 82], построенным по K заданным узловым точкам (K - размерность линейного массива $\{m_i\}$).

Энтропийная погрешность моделирования линейного обвода \tilde{m} оценивается на основании информационного соотношения без учета погрешностей задания узловых точек:

$$\Delta_{m_0} = \exp \left\{ \ln(L_m) - \ln[(1 + N_{\text{гл}})^{N_{\text{гл}}}(N - 1)] - C_m^{(N_{\text{гл}})} \right\}, \quad (5)$$

где L_m - длина обвода;

$N_{\text{гл}}$ - порядок гладкости обвода;

$C_m^{(N_{\text{гл}})}$ - статистический параметр.

Аналогично определяется энтропийная погрешность моделирования линейного обвода \tilde{n} без учета погрешностей задания узловых точек:

$$\Delta_{n_0} = \exp \left\{ \ln(L_n) - \ln[(1 + N_{\text{гл}})^{N_{\text{гл}}}(N - 1)] - C_n^{(N_{\text{гл}})} \right\}, \quad (6)$$

где параметр гладкости обвода $N_{\text{гл}}$, как правило, принимается тем же, что для обвода \tilde{m} .

Линии дискретного каркаса задания поверхности $\{m_i\}, \{n_j\}$ моделируются с энтропийными погрешностями Δ_m, Δ_n , причем значения Δ_m принимаются равными для всех линий семейства $\{m_i\}$.

Тогда на основании формулы суммирования погрешностей [5, с. 56] может быть вычислена суммарная погрешность моделирования интерполирующих обводов \tilde{m} и \tilde{n} с учетом неопределенности задания узловых точек:

$$\Delta_{\tilde{m}} = 2k_{\tilde{m}} \sqrt{\sigma_{m_0}^2 + \sigma_m^2}, \quad (7)$$

$$\Delta_{\tilde{n}} = 2k_{\tilde{n}} \sqrt{\sigma_{n_0}^2 + \sigma_n^2}, \quad (8)$$

где σ_m, σ_n - СКО распределений погрешностей моделирования линий каркаса.

Составляющие СКО [6, с. 86] могут быть представлены через энтропийные погрешности:

$$\sigma_i = \Delta_i / 2k_i. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (7), (8), получаем следующие зависимости:

$$\Delta_{\tilde{m}} = k_{\tilde{m}} \sqrt{\frac{\Delta_{\tilde{m}_0}^2}{k_{\tilde{m}_0}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{m}}^2}{k_{\tilde{m}}^2}}, \quad (10)$$

$$\Delta_{\tilde{n}} = k_{\tilde{n}} \sqrt{\frac{\Delta_{\tilde{n}_0}^2}{k_{\tilde{n}_0}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{n}}^2}{k_{\tilde{n}}^2}}. \quad (11)$$

Соотношения (10), (11) подставляются в (4):

$$\Delta_B = k_{\Sigma} \sqrt{\frac{\Delta_{\tilde{m}_0}^2}{k_{\tilde{m}_0}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{n}_0}^2}{k_{\tilde{n}_0}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{m}}^2}{k_{\tilde{m}}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{n}}^2}{k_{\tilde{n}}^2}}, \quad (12)$$

где $\Delta_{m_0}, \Delta_{n_0}$ - энтропийные погрешности, определяемые соотношениями (5), (6);

Δ_m, Δ_n - энтропийные погрешности моделирования каркасных линий, вычисляемые на основании информационных характеристик точности моделирования $Inf(P_m), Inf(P_n)$:

$$\Delta_m = \exp[\ln(L_m) - Inf(P_m)], \quad (13)$$

$$\Delta_n = \exp[\ln(L_n) - Inf(P_n)]. \quad (14)$$

С учетом равномерного распределения погрешностей [7, с. 192] в каждой точке поверхности θ и произвольности выбора интерполирующих обводов \tilde{m}, \tilde{n} , погрешность Δ_B принимается в качестве погрешности моделирования поверхности Δ_{θ} , заданной линейным каркасом $\{m_i\}, \{n_j\}$:

$$\Delta_B = \Delta_{\theta} = k_{\Sigma} \sqrt{\frac{\Delta_{\tilde{m}_0}^2}{k_{\tilde{m}_0}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{n}_0}^2}{k_{\tilde{n}_0}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{m}}^2}{k_{\tilde{m}}^2} + \frac{\Delta_{\tilde{n}}^2}{k_{\tilde{n}}^2}}. \quad (15)$$

В том случае, если все составляющие погрешности имеют нормальные распределения случайных параметров [8, с. 234], энтропийные коэффициенты в формуле (15) равны:

$$k_{\Sigma} = k_{m_0} = k_{n_0} = k_m = k_n = \sqrt{2\pi e}/2, \quad (16)$$

и выражение (15) упрощается:

$$\Delta_{\theta} = \sqrt{\Delta_{m_0}^2 + \Delta_{n_0}^2 + \Delta_m^2 + \Delta_n^2}. \quad (17)$$

Подставляя в последнее соотношение выражения составляющих погрешностей (5), (6), получим формулу для вычисления погрешностей моделирования поверхности θ , заданной дискретным каркасом [9, с. 102] для нормальных распределений погрешностей формообразующих линий:

$$\Delta_{\theta} = \sqrt{\exp 2 \left\{ \ln(L_m) - \ln[(1 + N_{\text{гл}})^{N_{\text{гл}}} (N - 1)] - C_m^{(N_{\text{гл}})} \right\} + \exp 2 \left\{ \ln(L_n) - \ln[(1 + N_{\text{гл}})^{N_{\text{гл}}} (N - 1)] - C_n^{(N_{\text{гл}})} \right\} + \Delta_m^2 + \Delta_n^2}, \quad (18)$$

где L_m, L_n - средние длины линий семейств $\{m_i\}, \{n_j\}$, соответственно;

K, N - размерности линейных массивов $\{m_i\}, \{n_j\}$, соответственно;

$N_{\text{гл}}$ - порядок гладкости интерполирующих обводов;

$C_m^{(N_{пл})}, C_n^{(N_{пл})}$ - статистические параметры;

Δ_m, Δ_n - энтропийные погрешности моделирования линий каркаса семейств $\{m_i\}, \{n_j\}$.

В случае аналитического задания линий каркаса параметры Δ_m, Δ_n равны:

$$\Delta_m = \Delta_n = \frac{\sqrt{2\pi\epsilon}}{6} e_m, \quad (19)$$

где e_m - минимальная метрика в дискретной конечной системе отсчета.

Если линии каркаса моделируются приближенными методами, то параметры погрешности Δ_m, Δ_n , вычисляются на основании информационных соотношений (13), (14).

На основании соотношений (15), (17), (18) формулируется и решается целый класс обратных задач геометрических расчетов, связанных с оценкой размерностей массивов линий каркаса, с оценкой погрешностей задания опорных линий, с выбором математического метода моделирования линий в случае их приближенного задания, с выбором метода интерполяции для нахождения промежуточных точек поверхности и так далее.

Алгоритмы решения некоторых задач, связанных с прямой оценкой погрешностей моделирования поверхностей, заданных каркасом линий, а также с оценкой исходных дифференциально-геометрических параметров, обеспечивающих требуемую точность моделирования поверхностей, реализованы в САПР.

Список литературы

1. Сеницын С.А. Информационно-статистический метод оптимального моделирования гладких дифференциальных поверхностей при итерационном проектировании технических объектов на транспорте // монография. Москва: ФГАОУ ВО «Московский университет путей сообщения». РОАТ. 2017. 103с.
2. Гусарова О.Ф. Интерактивная информационная система как средство принятия правильного решения. Меридиан, 2020. №4(38), <http://meridian-journal.ru/>
3. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей // Электротехнологии и электрооборудование в АПК, 2019, 2 (35), с. 71 - 77.
4. Левчук Т.В., Лочканов Д.С., Морозов К.О. Компьютерное и математическое моделирование экономических и транспортных процессов // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.82-84.
5. Панченко В.А. Разработка комплекса современных средств изучения графических дисциплин. Монография, Москва: ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта». Российская открытая академия транспорта, 2019. ISBN 978-5-7473-0975-3.
6. Левчук Т.В., Казаков М.С., Зверев А.С. Оптимизация систем массового обслуживания // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.84-87.
7. Левчук Т.В., Захаров К.О., Вороненков А.А. Системы управления измерениями // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.190-194.
8. Панченко В. А. Создание трёхмерных моделей солнечных теплофотоэлектрических модулей в системе автоматизированного проектирования // Инновации в сельском хозяйстве. Теоретический и научно-практический журнал, № (2) 27/2018, с. 232 - 238.
9. Панченко В.А. Моделирование теплофотоэлектрических модулей для энергоснабжения инфраструктурных объектов // Современные проблемы

совершенствования работы железнодорожного транспорта: межвузовский сборник научных трудов – Москва: Российский университет транспорта (МИИТ), 2018, с. 100 – 109.

10. Левчук Т.В., Втулкин М.Ю. Инновационные технологии на железнодорожном транспорте // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2012. №1. С.68-71.

References

1. Sinitsyn S.A. Information-statistical method for optimal modeling of smooth differential surfaces in the iterative design of technical objects in transport // monograph. Moscow: Moscow State University of Railway Engineering. ROAT. 2017.103s. [in Russian].
2. Gusarova O.F. Interactive information system as a means of making the right decision. Meridian, 2020.№4 (38), [http // meridian-journal.ru/](http://meridian-journal.ru/) [in Russian].
3. Panchenko V.A. Modeling of solar thermal photovoltaic modules // Electrotechnologies and electrical equipment in the agro-industrial complex, 2019, 2 (35), p. 71 - 77 [in Russian].
4. Levchuk T.V., Lochkanov D.S., Morozov K.O. Computer and mathematical modeling of economic and transport processes // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. S.82-84 [in Russian].
5. Panchenko V.A. Development of a set of modern means of studying graphic disciplines. Monograph, Moscow: Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education "Russian University of Transport". Russian Open Academy of Transport, 2019. ISBN 978-5-7473-0975-3 [in Russian].
6. Levchuk T.V., Kazakov M.S., Zverev A.S. Optimization of queuing systems // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. S.84-87 [in Russian].
7. Levchuk T.V., Zakharov K.O., Voronenkov A.A. Measurement management systems // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. S.190-194 [in Russian].
8. Panchenko V.A. Creation of three-dimensional models of solar thermal photovoltaic modules in a computer-aided design system // Innovations in Agriculture. Theoretical and Scientific-Practical Journal, No. (2) 27/2018, p. 232 - 238 [in Russian].
9. Panchenko V.A. Modeling of photovoltaic modules for energy supply of infrastructure facilities // Modern problems of improving the work of railway transport: interuniversity collection of scientific papers - Moscow: Russian University of Transport (МИИТ), 2018, p. 100 - 109 [in Russian].