

УДК 534.1

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ КОЛЕБАНИЙ ГРЕБНОГО ВАЛА****Шмони́на Светлана Алексеевна,**

старший преподаватель кафедры физики и инженерной защиты среды филиала САФУ в г. Северодвинске

E-mail: s.shmonina@narfu.ru

**Прахова Светлана Васильевна,**

старший преподаватель кафедры физики и инженерной защиты среды филиала САФУ в г. Северодвинске

E-mail: s.prakhova@narfu.ru

**Аннотация**

В данной статье рассматривается упрощённая математическая модель колебаний гребного вала. Было проведено исследование его поведения при вращении. Авторами рассмотрен полый стальной гребной вал подводной лодки с примерным расположением подшипников на его оси, которые жестко закреплены с корпусом. В работе учтены силы тяжести, силы инерции при вращении, силы упругости и вес винта на конце консоли. Было составлено уравнение потенциальной энергии для вала в ходе репешения, которого с помощью программы Mathcad был произведен расчёт и построены графики колебаний вала при его вращении с постоянной скоростью.

**Ключевые слова:** валопровод, гребной вал, прогиб, подшипник, моделирование, математическая модель, колебания.

**MODELING OF PROPELLER SHAFT OSCILLATION PROCESSES****Svetlana A. Shmonina,**

Senior teacher, Department «Physics and environmental engineering protection», NARFU, Severodvinsk Branch E-mail:s.shmonina@narfu.ru

**Svetlana V. Prakhova,**

Senior teacher, Department «Physics and environmental engineering protection», NARFU, Severodvinsk Branch E-mail: s.prakhova@narfu.ru

**ABSTRACT**

This article discusses a simplified mathematical model of propeller shaft oscillations. A study of its behavior during rotation was conducted. The authors considered a hollow steel propeller shaft of a submarine with an approximate arrangement of bearings on its axis, which are

rigidly fixed to the hull. The work takes into account gravity, inertia forces during rotation, elastic forces and the weight of the screw at the end of the console. An equation of potential energy for the shaft was compiled during the solution, which was calculated using the Mathcad program and graphs of shaft vibrations were plotted when it rotated at a constant speed.

---

**Keywords:** shaft line, propeller shaft, deflection, bearing, modeling, mathematical model, oscillations.

---

Отказ валопровода приводит к экономическим потерям, во много раз превышающим стоимость разрушенного вала. Возникают расходы на ремонт, потери эксплуатационной прибыли за время вынужденных простоев, затраты на буксировку одновинтовых судов. Если одноосный гребной вал сломается в открытом море в штормовую погоду, то судно становится практически неуправляемым, что может привести к гибели людей. Поэтому рассмотрение вопросов, связанных с повышением надежности и прочности гребных валов, может помочь снизить аварийность на флоте.

Количество подшипников зависит от длины валопровода и его массы, они устанавливаются на фундамент, который прикрепляется к набору судна.

Назначение опорных подшипников - воспринимать нагрузку от узла вала, обеспечивать правильное положение валопровода относительно корпуса судна и обеспечивать непрерывное и надежное вращение валопровода на всех режимах работы главного двигателя [3].

При некотором числе оборотов вращающийся валопровод становится неустойчивым и начинается «биение». Такой длительный режим работы недопустим, это может привести к поломке вала. При работе вал перекачивается в пределах зазора подшипника, создавая некоторые колебания.

Рассмотрим математическую модель колебаний гребного вала.

Для упрощения задачи математического моделирования рассматривается вал как стержень, жестко закрепленный в местах расположения подшипников (рис. 1). Рассмотрен элемент стержня, массой  $dm$  на него действуют сила инерции, сила тяжести и сила упругости:

$$dF_{ин} = dm \cdot r \cdot \omega^2,$$

$$dF_{mg} = dm \cdot g,$$

$$dU_{упр} = k \cdot \delta L,$$

где

$$k = \frac{ES}{dz} - \text{жесткость, Н/м.}$$

$\delta L$  - абсолютное удлинение тела, м.

$\omega$  - угловая скорость тела,  $c^{-1}$ .

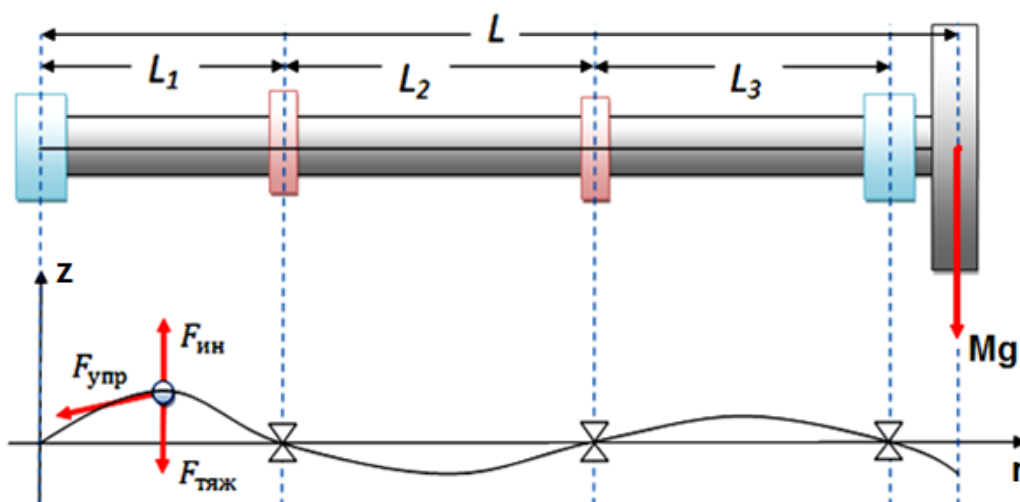


Рисунок 1. Упрощенная модель вала

В данной точке стержень обладает энергией вращательного движения, потенциальной энергией силы тяжести и энергией упругой деформации [2]:

$$dU_{ин} = \frac{dm}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2,$$

$$dU_{mg} = dm \cdot g \cdot h,$$

$$dU_{упр} = \frac{E \cdot \varepsilon}{2} dV,$$

где  $\varepsilon = \frac{\delta L}{dz}$  - относительное удлинение (рис. 2);

$$h = r \cdot \cos(\omega t);$$

$E$  - модуль Юнга;

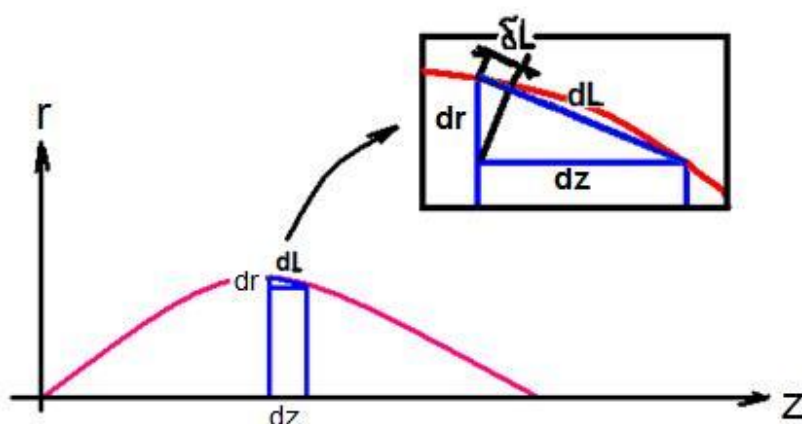


Рисунок 2. Удлинение элемента стержня длиной  $dz$

С учетом преобразований

$$\delta L = (dL - dz).$$

$$dL = \sqrt{dr^2 + dz^2} = dz \sqrt{\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 + 1}.$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^2} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dz}\right)^2.$$

$$\delta L = \left( \sqrt{\left(\frac{dr}{dz}\right)^2 + 1} - 1 \right) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dz}\right)^2 dx,$$

$$dm = \tau(z) \cdot dz,$$

где  $\tau(z)$  - линейная плотность материала.

Энергии, действующие на стержень, будут иметь вид:

$$dU_{ин} = \frac{\tau(z) \cdot dz}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2,$$

$$dU_{mg} = \tau(z) \cdot dz \cdot g \cdot r \cdot \cos(\omega t),$$

$$dU_{упр} = \left[ \frac{ES}{2} \left( \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{dr}{dz}\right)^4 \cdot \left(1 + \left(\frac{dr}{dz}\right)^6\right) \right) \right] dz,$$

Полная энергия является интегралом по длине стержня суммы всех энергий, действующих на элемент стержня.

$$U = \int_0^L \left[ \frac{\tau(z)}{2} \cdot r^2 \cdot \omega^2 + \tau(z) \cdot g \cdot r \cdot \cos(\omega t) + \frac{ES}{8} \left( \left(\frac{dr}{dz}\right)^4 + \frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dz}\right)^6 \right) \right] dz.$$

Для решения данного интеграла воспользуемся одномерным уравнением Эйлера – Лагранжа.

Предположим, что интеграл  $J = \int_a^b [F(x, f(x), f'(x))] dx$ , с подынтегральной функцией  $F(x, f(x), f'(x))$ , имеет непрерывные первые частные производные и называется функцией Лагранжа заданной функции. Если этот функционал достигает экстремума на некоторой функции  $f(x)$ , то для этой функции должно выполняться условие [1]:

$$\frac{\partial F}{\partial f(x)} - \frac{d}{dx} \frac{\partial F}{\partial f'(x)} = 0.$$

В этом случае уравнение полной потенциальной энергии будет иметь вид:

$$\tau(z)r(z)\omega^2 - \tau(z)g\cos(\omega t) - \frac{ES}{8} \left[ 12 \frac{d^2r(z)}{dz^2} \left(\frac{dr(z)}{dz}\right)^2 + 15 \frac{d^2r(z)}{dz^2} \left(\frac{dr(z)}{dz}\right)^4 \right] = 0.$$

Для его решения и построения графиков прогибов воспользовались программой MathCad.

Были заданы следующие параметры вала: R - внешний радиус вала, r - внутренний радиус вала, L - длина вала, S - площадь поперечного сечения вала,  $\rho$  - плотность материала вала, m1- масса вала без отверстия, m2 - «масса» отверстия, mвала - масса вала, E - модуль Юнга материала вала,  $\tau_r$  - линейная плотность материала вала.

Параметры винта (винт рассматривался как диск): D - диаметр винта, S - площадь винта, h - толщина винта, V - объём винта,  $\rho$  - плотность материала винта, mвинта - масса винта, твала - линейная плотность материала винта

Параметры системы вал – винт:  $\omega$  - угловая скорость вращения системы,  $L1$  и  $L2$  - положение опорных подшипников (от начала вала),  $L3$  - положение дейдвудных подшипников (от начала вала),  $\tau(z)$  - линейная плотность системы.

$$N := 10 \quad i := 0..N$$

$$I_{\text{вала}} := \frac{1}{2} (R^2 - r^2) = 8.75 \times 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$I_{\text{винта}} := \frac{1}{2} \cdot \frac{D^2}{4} = 0.281 \text{ м}^2$$

$$I := I_{\text{вала}} + I_{\text{винта}} = 0.29 \text{ м}^2$$

Given

$$\tau(z) \cdot r(z) \cdot \omega^2 - \tau(z) \cdot g \cdot \cos\left(i \cdot \frac{2 \cdot \pi}{N}\right) - \frac{E \cdot S}{8} \left[ 12 \cdot \frac{d^2}{dz^2} r(z) \cdot \left(\frac{d}{dz} r(z)\right)^2 + 15 \cdot \frac{d^2}{dz^2} r(z) \cdot \left(\frac{d}{dz} r(z)\right)^4 \right] = 0$$

$$r(L) = \frac{-m_{\text{винта}} \cdot g \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad \frac{d}{dz} r(L) = \frac{-m_{\text{винта}} \cdot g \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I}$$

$$r(0) = 0 \quad \frac{d}{dz} r(0) = 0$$

$$r(L_1) = 0$$

$$r(L_2) = 0$$

$$r(L_3) = 0$$

$$R := \text{Odesolve}(z, 50)$$

$$b := 0..100 \quad n := 0..1500 \quad \text{- число шагов}$$

$$w := \frac{L}{100} = 0.42 \text{ м} \quad \text{- шаг по } z$$

$$\tau := 0.02 \text{ с} \quad \text{- шаг по } t$$

$$z_b := b \cdot w \quad t_n := n \cdot \tau \quad \text{- дискретные значения } z, t$$

$$R_{b,n} := U(z_b, t_n)$$

Графики колебаний вала будут иметь вид (рис. 3):

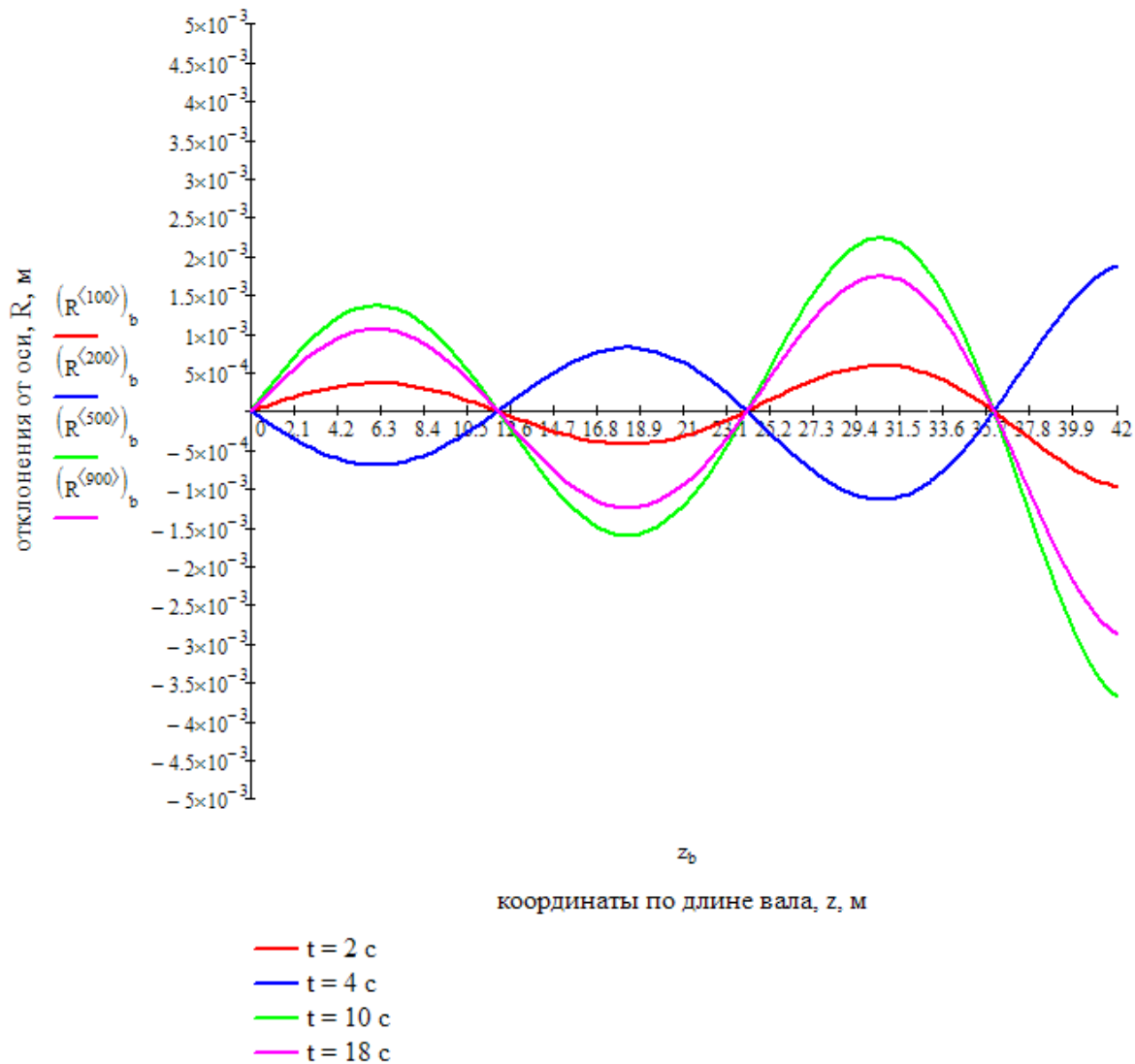
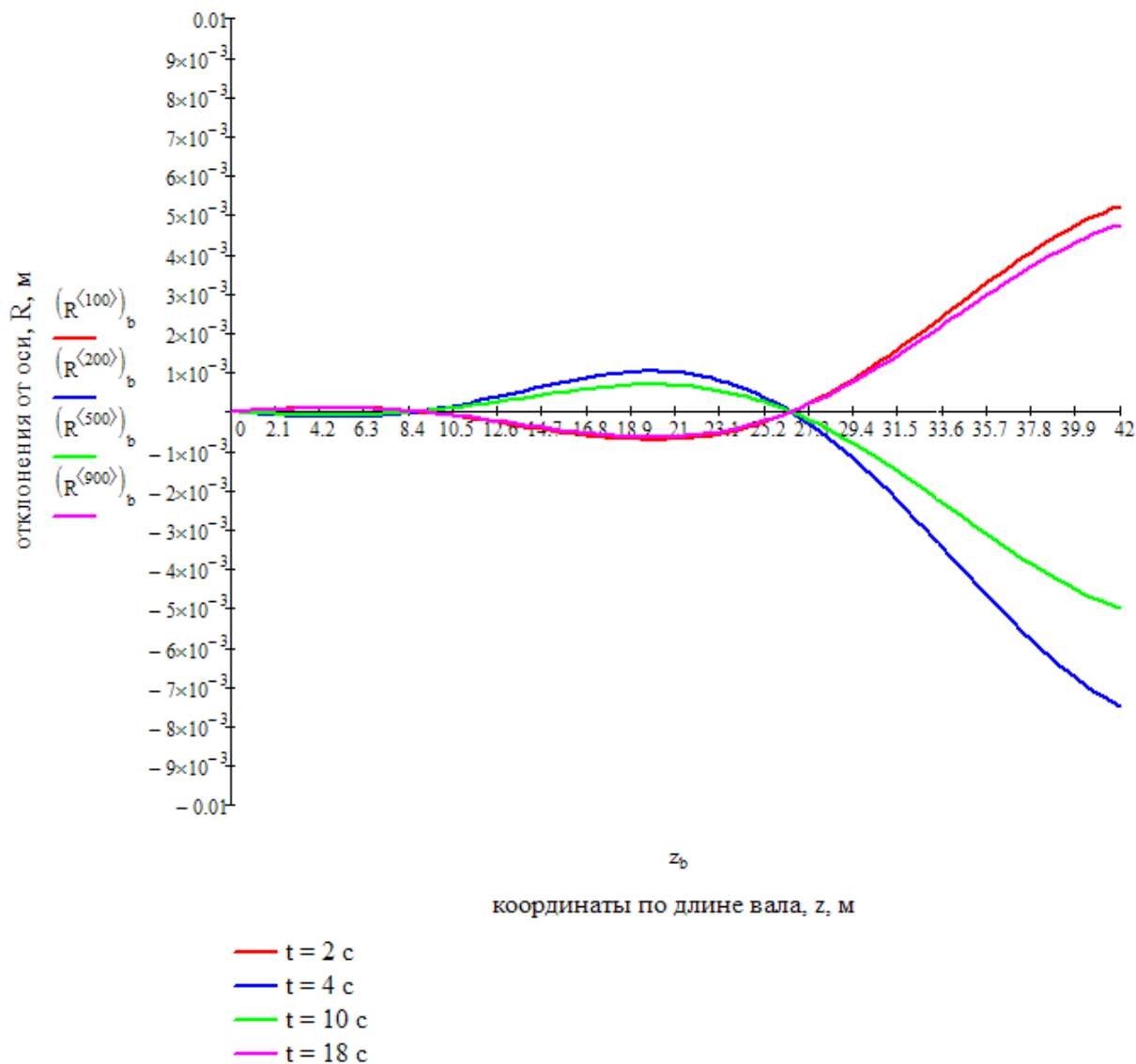


Рисунок 3. Графики колебаний вала с 4 точками закрепления

Изменим количество подшипников. В «теле» программы поменяем значения  $L_1 = 8,6$  м – расположение опорного подшипника от начала вала,  $L_2 = 26,8$  м – расположение дейдвудного подшипника. Тогда колебания примут вид (рис. 4):

Рисунок 4. Колебания гребного вала с 3 подшипниками



Таким образом, данная математическая модель позволяет определить вид прогибов вала при вращении с учетом расположения опорных подшипников, изменяя расстояние между которыми можно изменить вид прогибов и анализируя результаты определять оптимальное расположение подшипников на линии валопровода. Данная модель может быть полезна на судостроительных предприятиях.

#### Список литературы:

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М., 1976.
2. Пановко Я.Г. Механика деформированного твердого тела. - М.: Наука, 1985.-287 с.
3. <https://studfile.net/preview/16472056/page:16/>

**References:**

1. Vladimirov V.S. Equations of mathematical physics. M., 1976.
2. Panovko Ya.G. Mechanics of a Deformed Solid Body. - M.: Nauka, 1985.-287 p.
3. <https://studfile.net/preview/16472056/page:16/>