



УДК 514

**МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ЛИНЕЙНЫХ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ОБВОДОВ РАЗЛИЧНОЙ ГЛАДКОСТИ****Синицын Сергей Александрович**

доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой

«Теоретическая и прикладная механика»

Российского университета транспорта (РУТ(МИИТ))

sg982@mail.ru

Аннотация

В результате выполненных исследований, создана универсальная статистическая модель, устанавливающая взаимосвязь между основными параметрами линейных геометрических обводов: количеством дискретных точек задания обвода, порядком гладкости, параметрами плавности, длиной обвода, единицами масштаба измерения. Для решения этой задачи был выбран статистический метод, основанный на вычислениях параметров прогиба большого числа аналитических кривых, аппроксимированных множествами дискретных точек, то есть обводами нулевого порядка гладкости. Было выделено несколько диапазонов плавности дискретных обводов и определены значения нормирующих статистических параметров расчетной модели. Для обводов первого и второго порядков гладкости предложены свои модели, позволяющие уменьшать массивы точек исходных данных. Разработанный метод позволяет прогнозировать точность геометрических решений, оценивать необходимые массивы исходных данных и выбирать наиболее подходящие методы геометрического представления результатов.

Ключевые слова: геометрический обвод, модель аппроксимации, статистическая модель, порядок гладкости, погрешность построений, прогиб дуги, плавность обвода, геометрические построения.

**METHOD OF STATISTICAL APPROXIMATION OF LINEAR
GEOMETRIC CIRCUITS OF DIFFERENT SMOOTHNESS****Sergey A. Sinitsyn**

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department

"Theoretical and Applied Mechanics"

Russian University of Transport (RUT (MIIT))

ABSTRACT

As a result of the studies, a universal statistical model has been created that establishes the relationship between the main parameters of linear geometric contours: the number of discrete points for setting the contour, smoothness order, smoothness parameters, contour length, units of measurement scale. To solve this problem, a statistical method was chosen based

on the calculation of the deflection parameters of a large number of analytical curves approximated by sets of discrete points, that is, contours of zero order of smoothness. Several ranges of smoothness of discrete contours were identified and the values of normalizing statistical parameters of the calculation model were determined. For the contours of the first and second orders of smoothness, their own models are proposed that allow one to reduce the arrays of points of the source data. The developed method allows predicting the accuracy of geometric solutions, evaluating the necessary arrays of source data and choosing the most suitable methods for geometric representation of the results.

Keywords: geometric contour, approximation model, statistical model, smoothness order, construction error, arc deflection, contour smoothness, geometric constructions.

Аппроксимирующий обвод в отличие от аналитической кривой задается множеством узловых точек $\{\xi_i\}$, количество которых определено условием:

$$N_i < AB/e_i . \quad (1)$$

Статистическая модель формообразования [1, с. 47] может быть задана для линейного обвода нулевого порядка гладкости, с учетом некоторого нормирующего коэффициента $C_i^{(0)}$:

$$\ln(N_i - 1) + C_i^{(0)} = \ln\left(\frac{6}{\sqrt{2\pi e}}\right) + \ln\left(\frac{\overline{\xi_0 \xi_N}}{\Delta_s}\right), \quad (2)$$

где $\overline{\xi_0 \xi_N}$ - длина интерполирующего обвода.

Постоянная $C_i^{(0)}$ в равенстве (2) называется статистическим информационным коэффициентом, отражающим дифференциально-геометрические параметры обвода нулевого порядка гладкости [2, с.177].

Если длина обвода $\overline{\xi_0 \xi_N}$ измеряется в единицах масштаба e_m , то максимальное число точек, обеспечивающих полную информационную определенность обвода (с учетом граничных), равно:

$$N = \overline{\xi_0 \xi_N} / e_i + 1 . \quad (3)$$

В этом случае статистический информационный коэффициент $C_i^{(0)} = 0$.

Для всех значений ($2 < N_i < N$) информационный коэффициент $C_i^{(0)}$ определен статистическими методами, на основании неоднократных экспериментов, связанных с аппроксимацией эталонных кривых [3, с.199] дискретными обводами нулевого порядка гладкости с различным числом узловых точек N_i .

Для каждой дуги эталонной кривой, при заданном значении параметра N_i измерена максимальная величина прогиба $\Delta l(N_i)$ (рис.1). На основании базового соотношения (2) вычисляется параметр $C_i^{(0)}$:

$$C_i^{(0)} = \ln(\overline{\xi_0 \xi_N}) - \ln(\Delta l(N_i)) - \ln(N_i - 1) . \quad (4)$$

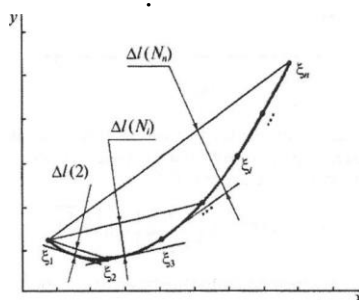


Рисунок 1. Фиксация прогиба дуги эталона

В качестве эталонов рассматривались аналитические кривые различной степени плавности [4, с. 236], благодаря чему удалось построить зависимости $C_i^{(0)} = f(\bar{N}_i)$ различных типов (рис.2), где:

$$\bar{N}_i = N_i \cdot e_i / \frac{\xi_0 \xi_N}{\xi_0 \xi_N} \quad (5)$$

Каждая из построенных зависимостей представлена для своего класса плавности обводов, определяемого формально параметром K_p . Параметр K_p показывает зависимость между длиной ломаной, соединяющей граничные точки A и B - $\frac{\xi_0 \xi_N}{\xi_0 \xi_N}$ и хордовым расстоянием между этими точками - длиной отрезка $[AB]$:

$$K_p = \frac{AB}{\frac{\xi_0 \xi_N}{\xi_0 \xi_N}} \quad (6)$$

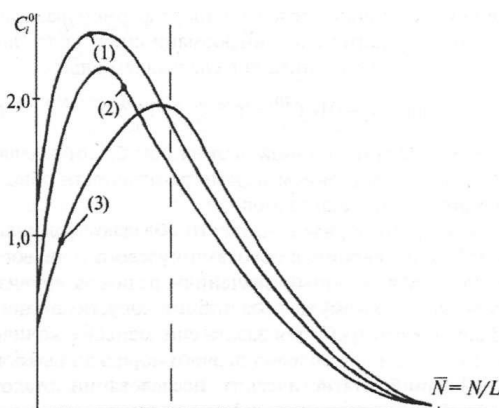


Рисунок 2. Три диапазона плавности обводов нулевого порядка

На основании исследования кривых было выделено три диапазона плавности дискретных линейных обводов нулевого порядка гладкости (рис.2):

- $0 < K_p < 0,7$ - для несплавных обводов (3);
- $0,7 \leq K_p < 0,9$ - для обводов средней плавности (2);
- $0,9 \leq K_p < 1$ - для плавных обводов (1).

Определяя значения параметра $C_i^{(0)}$ по характеристикам (рис.2) и подставляя их в информационное уравнение (2), было получено решение последнего для различных значений параметров $(\frac{\xi_0 \xi_N}{\xi_0 \xi_N}, \Delta_i, N_i)$, зависящих от постановки задачи [5, с.104] и неизвестных.

Для дискретных обводов первого порядка гладкости параметры абсолютной Δ_l и относительной P_l погрешностей формы вычислены аналогично нулевому порядку, однако влияние фиксированных дифференциальных характеристик (первой производной) здесь значительно превышает информационное содержание обвода, что позволяет задавать значительно меньшее количество узловых точек для достижения тех же показателей точности формы обвода.

Статистическое информационное соотношение (2) может быть записано в преобразованном виде [6, с.32]:

$$\ln[2(N_i - 1)] + C_i^{(1)} = \ln(\frac{\xi_0 \xi_N}{\xi_0 \xi_N}) - \ln(\Delta_l), \quad (8)$$

где значения информационной постоянной $C_i^{(0)}$ определяются в соответствии с величиной параметра плавности обвода K_p , выбираемого из допустимых диапазонов.

Обводы второго порядка гладкости обладают еще большей информативностью по сравнению с обводами нулевого и первого порядков, благодаря заданным значениям радиусов кривизны в узловых точках. Поэтому для соблюдения допустимой погрешности формы [7, с. 76] здесь требуется задать еще меньшее количество узловых точек, чем для обводов первого порядка гладкости.

На основании выполненных исследований эталонных кривых и обводов было получено информационное соотношение, устанавливающее связь между параметрами $(C_i^{(j)}, P_i, N_i)$ для обводов второго порядка гладкости:

$$\ln[9(N_i - 1)] + C_i^{(2)} = \ln(\overline{\xi_0 \xi_N}) - \ln(\Delta l), \quad (9)$$

где $C_i^{(2)}$ – информационный коэффициент, заданный статистической характеристикой [8, с. 83].

Информационные уравнения (2), (8), (9) были представлены обобщенным статистическим отношением, отражающим взаимосвязь между основными параметрами дискретных обводов [9, с. 1257]:

$$\ln[(1 - N_{\bar{x}})^{N_{\bar{x}}}(N - 1)] + C^{(N_{\bar{x}})} = \ln(\overline{\xi_0 \xi_N}) - \ln(\Delta l). \quad (10)$$

Соотношение (10) справедливо для линейных геометрических обводов нулевого, первого и второго порядков гладкости.

Список литературы

1. Синицын С.А. Информационно-статистический метод оптимального моделирования гладких дифференциальных поверхностей при итерационном проектировании технических объектов на транспорте // монография. Москва: ФГАОУ ВО «Московский университет путей сообщения». РОАТ. 2017. 103 с.
2. Синицын С.А. Формализация погрешностей в задачах оптимизации геометрических моделей // Инновации и инвестиции. 2018. № 11. С. 175-180.
3. Левчук Т.В., Втулкин М.Ю., Череватый Д.Н. Применение интегрированных пакетов в частных задачах вычислительной математики // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.199-200.
4. Панченко В.А. Создание трёхмерных моделей солнечных теплофотоэлектрических модулей в системе автоматизированного проектирования // Инновации в сельском хозяйстве. Теоретический и научно-практический журнал. 2018. № 2 (27). С. 232 – 238.
5. Панченко В.А. Моделирование теплофотоэлектрических модулей для энергоснабжения инфраструктурных объектов // Современные проблемы совершенствования работы железнодорожного транспорта: межвузовский сборник научных трудов – Москва: Российский университет транспорта (МИИТ). 2018. С. 100 – 109.
6. Левчук Т.В., Маслов А.А. Использование имитационного моделирования для анализа эксплуатационных испытаний программного обеспечения // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2015. №1. С.32-34.
7. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей // Электротехнологии и электрооборудование в АПК. 2019. 2 (35). С. 71 – 77.
8. Левчук Т.В., Лочканов Д.С., Морозов К.О. Компьютерное и математическое моделирование экономических и транспортных процессов // История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.82-84.
9. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей различной конструкции // Экологическая, промышленная и энергетическая безопасность – 2019: сборник статей по материалам международной научно-практической конференции: “Экологическая, промышленная и энергетическая безопасность – 2019” (23 – 26 сентября 2019 г.) – Севастополь: СевГУ. 2019. С. 1255 – 1259.

References

1. Sinitsyn S.A. Information-statistical method for optimal modeling of smooth differential surfaces in the iterative design of technical objects in transport // monograph. Moscow: Moscow State University of Railway Engineering. ROAT. 2017.103 p. (In Russian).
2. Sinitsyn S.A. Formalization of errors in optimization problems of geometric models // Innovations and Investments. 2018. No. 11. P. 175-180. (In Russian).
3. Levchuk T.V., Vtulkin M.Yu., Cherevaty D.N. The use of integrated packages in particular problems of computational mathematics // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. P.199-200. (In Russian).
4. Panchenko V.A. Creation of three-dimensional models of solar thermal photovoltaic modules in a computer-aided design system // Innovations in Agriculture. Theoretical and Scientific-Practical Journal. 2018. No. 2 (27).2018. P. 232 - 238. (In Russian).
5. Panchenko V.A. Modeling of photovoltaic modules for energy supply of infrastructure facilities // Modern problems of improving the work of railway transport: interuniversity collection of scientific papers - Moscow: Russian University of Transport (MIIT). 2018. P. 100 - 109. (In Russian).
6. Levchuk T.V., Maslov A.A. The use of simulation for analysis of operational testing of software // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2015. No1. P.32-34. (In Russian).
7. Panchenko V.A. Modeling of solar thermal photovoltaic modules // Electrotechnologies and electrical equipment in the agro-industrial complex, 2019, 2 (35). P. 71 - 77. (In Russian).
8. Levchuk T.V., Lochkanov D.S., Morozov K.O. Computer and mathematical modeling of economic and transport processes // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. P.82-84. (In Russian).
9. Panchenko V.A. Modeling of solar thermal photovoltaic modules of various designs // Ecological, industrial and energy safety - 2019: collection of articles on the materials of the international scientific-practical conference: "Ecological, industrial and energy safety - 2019" (September 23 - 26, 2019) - Sevastopol: SevSU. 2019. P. 1255 - 1259. (In Russian).