

УДК:514

ПОГРЕШНОСТЬ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТОЧЕЧНОГО КАРКАСА

Синицын Сергей Александровичдоктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
«Теоретическая и прикладная механика»
Российского университета транспорта (РУТ(МИИТ))

Аннотация

В статье рассматривается решение задачи оценки погрешности, измеренной в любой, произвольной точке моделируемой поверхности, которая определяется как результат суперпозиции погрешностей формообразующих элементов. Линейные и точечные элементы объектов составляют параметрический базис, на основе которого оценивается полнота задания геометрических свойств оригинала. Решение основной задачи построения параметрического базиса может быть выполнено как непосредственно на оригинале, так и на его изображении, построенном на основных плоскостях проекций. При этом все компоненты, принадлежащие к плоскостям проекций, считаются вполне заданными элементами нулевого класса. К элементам нулевого класса также относятся и сами плоскости проекций. Выбор основных плоскостей проекций произволен, например, в случае задания поверхности в форме Безье в качестве основных выбираются плоскости, включающие любые грани характеристического многогранника. Остальные грани и вершины задаются как наибольшее расширение, построенное относительно базисного четырехгранника.

Ключевые слова: погрешность задания поверхности, точечный каркас поверхности, аппроксимация точечных множеств, энтропийная погрешность, однопараметрические обводы, точечный обвод, порядок гладкости.

POINT SURFACE FORMING ERROR

Sergey A. SinitsynDoctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department
"Theoretical and Applied Mechanics"
Russian University of Transport (RUT (MIIT))

ABSTRACT

The article discusses the solution to the problem of estimating the error measured at any arbitrary point on the simulated surface, which is determined as the result of a superposition of errors in the formative elements. Linear and point elements of objects constitute a parametric basis, on the basis of which the completeness of setting the geometric properties of the original is

evaluated. The solution to the main problem of constructing a parametric basis can be performed both directly on the original and on its image built on the main planes of projections. Moreover, all components belonging to the projection planes are considered to be completely given elements of the zero class. Elements of the zero class also include the projection planes themselves. The choice of the main planes of the projections is arbitrary, for example, in the case of specifying a surface in the Bezier shape, the planes including any faces of the characteristic polyhedron are selected as the main ones. The remaining faces and vertices are defined as the largest extension constructed with respect to the basic tetrahedron.

Keywords: surface specification error, surface point skeleton, approximation of point sets, entropy error, one-parameter contours, point contour, smoothness order.

В задаче параметрического представления поверхности в качестве основных могут быть выбраны координатные плоскости проекций параметрических кривых, являющихся вполне заданными элементами первого класса, причем их классность может быть понижена до нулевого уровня с помощью вполне заданных элементов на изображении [1, с.68].

Итак, основная задача, связанная с оценкой погрешностей моделирования поверхностей, состоит в выявлении параметрического базиса образующих элементов (в том числе точечного) и преобразования его к единому классу при помощи вполне заданных элементов предшествующих классов. В том случае, если инцидентности элементов различного класса вполне определены и однозначны, суперпозиция погрешностей может выполняться непосредственно по заданным элементам без предварительного их приведения к основному классу [2, с.105].

В случае приближенного задания поверхности точечным или линейным каркасом характеристики точности моделирования определены только лишь в узловых точках (при задании точечного каркаса) и на дискретных кривых линейного каркаса. Регулярные точки поверхности могут быть определены с дополнительной погрешностью, связанной с применением аппроксимирующих зависимостей.

Таким образом, в случае приближенного задания поверхности линейным или точечным каркасом, погрешность множества регулярных точек складывается из двух составляющих: из погрешности задания элементов каркаса (точек, линий) и погрешности, связанной с аппроксимацией, определяемой (в том числе) размерностями множеств элементов каркаса.

Задача оценки погрешности моделирования поверхности, представленной точечным каркасом двухпараметрического множества, является достаточно сложной из-за неопределенности, связанной с выбором метода аппроксимации точечных множеств $\{A_i\}$ параметрическими кривыми $\{m(u_j)\}$, $\{n(v_j)\}$, а также с выбором методов вторичной аппроксимации [3, с.32] при определении промежуточных точек поверхности Θ (рис.1).

Модель погрешности может быть построена на основании некоторых допущений, связанных с равномерным распределением точек каркаса $\{A_i\}$ по всей поверхности Θ ; с возможностью построения однопараметрических обводов $\{m(u_j)\}$; $\{n(v_j)\}$, включающих все точки $\{A_i\}$ и образующих два правильных семейства линий.

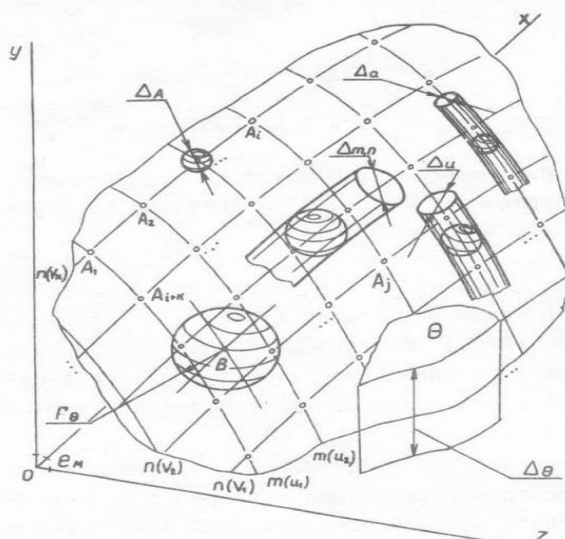


Рис.1. Модель погрешностей поверхности точечного каркаса

На основании сделанных допущений суммарная погрешность, связанная с построением однопараметрических линий $m(u)$, $n(v)$, определяется тремя составляющими:

- 1) погрешностью задания точек каркаса поверхности Δ_A ;
- 2) погрешностью, связанной с решением аппроксимационных задач, измеряемой как интегральная характеристика отклонений точек обводов от узловых точек каркаса Δ_α ;
- 3) погрешностью исходной информации, связанной с размерностью массивов узловых точек каждой параметрической линии Δ_θ .

Предположим, что элементы точечного множества $\{A_i\}$ расположены таким образом, что вспомогательные однопараметрические обводы $m(u)$, $n(v)$ включают одинаковое количество узловых точек, определяемое равенством:

$$N_n = N_m = \sqrt{N}. \quad (1)$$

Предположим также, что аппроксимация кривых $m(u)$, $n(v)$ выполняется одним методом, обеспечивающим порядок гладкости $N_{гл}$.

Тогда составляющие погрешностей $\Delta_{m,n}$, $\Delta_{n,n}$ [4,1,с.70] равны между собой и вычисляются на основании соотношения:

$$\Delta_{m,n} = \Delta_{n,n} = \exp\{\ln\sqrt{S} - \ln[(1 + N_{гл})^{N_{гл}}(\sqrt{N} - 1)] - C^{(N_{гл})}\}, \quad (2)$$

где S - площадь поверхности;

$C^{(N_{гл})}$ - статистический параметр, зависящий от значения N .

Погрешность каркасной поверхности определяется: погрешностью задания узловых точек Δ_A ; погрешностью аппроксимации Δ_α ; погрешностью задания исходной информации Δ_θ .

Погрешность задания узловых точек Δ_A может оцениваться минимальной метрикой e_m , принятой в конечной, дискретной системе отсчета $OXYZ(e_m)$, и вычисляется для каждой точки A_i на основании соотношения

$$\Delta_A = \frac{\sqrt{2\pi e}}{6} e_m. \quad (3)$$

Погрешность исходной информации численно равна погрешностям (2):

$$\Delta_\theta = \Delta_{m,n} = \Delta_{n,n}. \quad (4)$$

Если принять в качестве основной методикой полосы неопределенности прохождения аппроксимирующего обвода [5,с.83], то погрешность Δ_A является учтенной при вычислении ширины полосы неопределенности линии регрессии:

$$\Delta_a = 2k_a\sigma_a. \quad (5)$$

Поэтому суммарная погрешность моделирования вспомогательных однопараметрических обводов $m(u)_i, n(v)_j$ включает только две составляющие:

$$\sigma_{m,n} = \sqrt{\sigma_n^2 + \sigma_a^2}. \quad (6)$$

Энтропийная погрешность моделирования обводов m, n определяется соотношением [6,8, с. 69]:

$$\Delta_m = \Delta_n = k_{m,n} \sqrt{\frac{\Delta_n^2}{k_n^2} + \frac{\Delta_a^2}{k_a^2}}, \quad (7)$$

где $k_{m,n}$ – энтропийный коэффициент суммарного распределения погрешностей;

k_n, k_a – энтропийные коэффициенты погрешностей исходной информации и аппроксимации соответственно.

Далее будем рассматривать только нормальные распределения погрешностей:

$$k_{m,n} = k_n = k_a = \frac{\sqrt{2\pi e}}{2}, \quad (8)$$

поэтому соотношение (7) упрощается:

$$\Delta_{m,n} = \sqrt{\Delta_n^2 + \Delta_a^2}. \quad (9)$$

Подставляя выражения (2) в (9), получим формулу вычисления погрешностей моделирования поверхности θ , заданной точечным каркасом $\{A_i\}$ размерности N :

$$\Delta_\phi^* = \sqrt{4 \exp 2 \{ \ln \sqrt{S} - \ln [(1 + N_{гл})^{N_{гл}} (\sqrt{N} - 1)] - C^{(N_{гл})} \} + 2\Delta_a^2}. \quad (10)$$

В случае аппроксимации поверхности многогранником с вершинами $\{A_i\}$ погрешность $\bar{\Delta}_\phi^*$ определяется по формуле

$$\bar{\Delta}_\phi^* = \sqrt{4 \exp 2 \{ \ln \sqrt{S} - \ln (\sqrt{N} - 1) - C^{(0)} \} + \frac{\pi e}{18} e_m^2}, \quad (11)$$

где $C^{(0)}$ – статистический параметр [7,9, с. 1257].

На основании соотношений (10), (11) решаются прямые задачи оценки погрешности моделирования поверхности, заданной точечным каркасом, а также обратные задачи геометрического расчета. Такие задачи связаны с формированием исходных данных, обеспечивающих моделирование поверхности с требуемой точностью.

Одна из главных задач геометрического моделирования связана с оценкой размерности массива точечного каркаса N , обеспечивающего требуемую точность представления поверхности $\Delta_\phi \leq \Delta^*$ при соблюдении условий дифференцируемости $N_{гл} \geq N_{гл}^*$.

В том случае, если $N_{гл}^* \geq 1$, то базовым является соотношение (10), в котором погрешность Δ_a зависит от искомого параметра N . Задача решается на основе итерационных процедур. Если же решается задача аппроксимации поверхности многогранником, то количество его вершин N может быть вычислено непосредственно по соотношению (11):

$$N = \left\{ 1 + \exp \left[\ln \sqrt{S} - C^{(0)} + \frac{\pi e}{36} e_m^2 - \ln \left(\frac{\Delta^*}{2} \right) \right] \right\}^2. \quad (12)$$

Алгоритм решения прямых и обратных задач, связанных с оценкой погрешностей моделирования поверхностей, заданных точечным каркасом, реализованы в прикладных программах [1, с.88].

Список литературы

1. Синицын С.А. Информационно-статистический метод оптимального моделирования гладких дифференциальных поверхностей при итерационном проектировании технических объектов на транспорте// монография. Москва: ФГАОУ ВО «Московский университет путей сообщения». РОАТ. 2017. 103 с.
2. Панченко В.А. Моделирование теплофотоэлектрических модулей для энергоснабжения инфраструктурных объектов // Современные проблемы совершенствования работы железнодорожного транспорта: межвузовский сборник научных трудов – Москва: Российский университет транспорта (МИИТ), 2018, С. 100 – 109.
3. Левчук Т.В., Маслов А.А. Использование имитационного моделирования для анализа эксплуатационных испытаний программного обеспечения// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2015. №1. С.32-34.
4. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей // Электротехнологии и электрооборудование в АПК, 2019, 2 (35), С. 71 – 77.
5. Левчук Т.В., Лочканов Д.С., Морозов К.О. Компьютерное и математическое моделирование экономических и транспортных процессов// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2014. №1. С.82-84.
6. Гусарова О.Ф. Прогрессивные методы применения графических аналогий для моделирования пластического формоизменения материала. Меридиан, 2020. №3(37), <http://meridian-journal.ru/>
7. Гусарова О.Ф. Интерактивная информационная система как средство принятия правильного решения. Меридиан, 2020. №4(38), <http://meridian-journal.ru/>
8. Левчук Т.В., Втулкин М.Ю. Инновационные технологии на железнодорожном транспорте// История и перспективы развития транспорта на севере России. 2012. №1. С.68-71.
9. Панченко В.А. Моделирование солнечных теплофотоэлектрических модулей различной конструкции // Экологическая, промышленная и энергетическая безопасность – 2019: сборник статей по материалам международной научно-практической конференции: “Экологическая, промышленная и энергетическая безопасность – 2019” (23 – 26 сентября 2019 г.) – Севастополь: СевГУ, 2019, С. 1255 – 1259.

References

1. Sinitsyn S.A. Information-statistical method for optimal modeling of smooth differential surfaces in the iterative design of technical objects in transport // monograph. Moscow: Moscow State University of Railway Engineering. ROAT. 2017.103 s. [in Russian].
2. Panchenko V.A. Modeling of photovoltaic modules for energy supply of infrastructure facilities // Modern problems of improving the work of railway transport: interuniversity collection of scientific papers - Moscow: Russian University of Transport (MIIT), 2018, P. 100 - 109 [in Russian].
3. Levchuk T.V., Maslov A.A. The use of simulation for analysis of operational tests of software // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2015. No1. S.32-34 [in Russian].
4. Panchenko V.A. Modeling of solar thermal photovoltaic modules // Electrotechnologies and electrical equipment in the agro-industrial complex, 2019, 2 (35), P. 71 - 77 [in Russian].
5. Levchuk T.V., Lochkanov D.S., Morozov K.O. Computer and mathematical modeling of economic and transport processes // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2014. No1. S.82-84 [in Russian].

6. Gusarova O.F. Progressive methods of applying graphical analogies for modeling plastic material shaping. *Meridian*, 2020.№3 (37), [http // meridian-journal.ru](http://meridian-journal.ru) [in Russian].
7. Gusarova O.F. Interactive information system as a means of making the right decision. *Meridian*, 2020.№4 (38), [http // meridian-journal.ru](http://meridian-journal.ru) [in Russian].
8. Levchuk T.V., Vtulkin M.Yu. Innovative technologies in railway transport // History and prospects of transport development in the north of Russia. 2012. No1. S.68-71 [in Russian].
9. Panchenko V.A. Modeling of solar thermal photovoltaic modules of various designs // Ecological, industrial and energy safety - 2019: collection of articles on the materials of the international scientific-practical conference: "Ecological, industrial and energy safety - 2019" (September 23 - 26, 2019) - Sevastopol: SevSU, 2019, P. 1255 - 1259 [in Russian].