Научно-практический электронный журнал
Оригинальные исследования (ОРИС), *ISSN 2222-0402*
www.ores.su
original-research.ru

УДК 658.512.2

МЕТОДИКА ИНФОРМАЦИОННЫХ ОЦЕНОК ИСХОДНЫХ ДАННЫХ И МЕТОДОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ КАРКАСНЫХ И КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Гусарова Ольга Федоровна
старший преподаватель кафедры «Теоретическая и прикладная механика»

Синицын Сергей Александрович
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика»

Шумейко Галина Семеновна
кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая и прикладная механика»

Российского университета транспорта (РУТ(МИИТ)) г. Москва

Аннотация

Постановка задачи проектирования технических поверхностей по заданным условиям позволяет формировать внешние обводы технических объектов с определенными дифференциально-геометрическими свойствами. Такие поверхности обладают заранее непредвиденными характеристиками и свойствами, которые не всегда допускают возможность их применения в конструкциях. Поэтому интерес представляет решение задачи предварительной оценки допустимого набора исходных данных и методов моделирования, которые обеспечивают не случайные, а требуемые характеристики качества поверхности. Решение такой задачи возможно на основе инвариантного метода информационных оценок различных методов моделирования поверхностей, применение которого рассмотрено в этой статье для линейных каркасных и каркасно-кинематических поверхностей.

Ключевые слова: моделирование поверхности, внешние обводы, дифференциальные свойства, качество поверхности, линейный каркас, непрерывный каркас, метрическая и позиционная информация.

METHODOLOGY FOR INFORMATION ASSESSMENTS OF INITIAL DATA AND METHODS FOR POINT MODELING FRAME AND KINEMATIC SURFACES

Olga F. Gusarova
senior lecturer of the department "Theoretical and Applied Mechanics"

Sergey A. Sinitsyn
Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department "Theoretical and Applied Mechanics"

Galina S. Shumeiko
Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department "Theoretical and Applied Mechanics"

Russian University of Transport (RUT(MIIT)), Moscow

ABSTRACT

Setting the problem of designing technical surfaces according to given conditions makes it possible to form external contours of technical objects with certain differential geometric properties. Such surfaces have previously unforeseen characteristics and properties, which do not always allow the possibility of their use in structures. Therefore, it is of interest to solve the problem of preliminary assessment of an acceptable set of initial data and modeling methods that provide not random, but the required characteristics of surface quality. The solution to such a problem is possible on the basis of an invariant method of information assessments of various surface modeling methods, the use of which is discussed in this article for point frame and frame-kinematic surfaces.

Keywords: surface modeling, external contours of the surface, differential properties, surface quality, point frame, continuous frame, metric and positional information.

Поверхности сложной формы часто задаются дискретными элементами – точками и плавными линиями, принадлежащими самой поверхности. Поверхности такого рода называются каркасными. Каркасные поверхности не являются однозначно определенными или детерминированными в вероятностном смысле, поскольку наряду с одной поверхностью может быть построено множество других на том же каркасе. Также необходимо учитывать, что в результате аппроксимации исходные каркасные элементы из соображений целесообразности могут выходить за пределы построенного обвода.

Рассмотрим кусок каркасной поверхности S, заданной двумя семействами плоских кривых $\{m_i\}$, $\{l_j\}$ (рис.1). Определим положение поверхности S в пространстве относительно системы координат OXYZ в отсутствии особых точек так, чтобы линии семейства $\{l_j\}$ были бы расположены в плоскостях параллельных координатной плоскости OYZ, а семейства $\{m_i\}$ - в плоскостях параллельных OXZ.

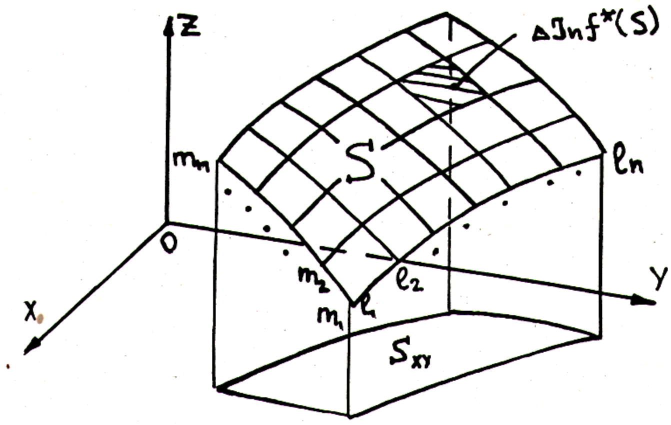

Рис.1.Задание каркасной поверхности дискретными семействами кривых

Определим количество геометрической информации [1,с.35], содержащейся в куске поверхности S, заданной каркасными кривыми m,l.

Информация поверхности S определится двумя слагаемыми:

$$Inf(S) = InfM(S) + Inf\Pi(S), \qquad (1)$$

где InfM(S) – метрическая составляющая геометрической информации заданного куска поверхности;

InfП(S) – позиционная составляющая геометрической информации всех узловых точек поверхности - ξ_i.

Очевидно, что число узловых точек N_ξ поверхности S определится произведением (nxk) количества линий двух семейств заданного каркаса поверхности.

Вычисление позиционной составляющей информации каркасной поверхности может быть выполнено по заданным координатам узловых точек:

$$Inf\Pi\left(\sum_{i=1}^{N_\xi}\xi_i\right) = \frac{ln\sqrt{\xi_{xi}^2+\xi_{yi}^2+\xi_{zi}^2}}{\sqrt{\xi_{xi}^2+\xi_{yi}^2+\xi_{zi}^2}}. \qquad (2)$$

Метрическую составляющую информации можно вычислить двумя способами [2,с.7]:

1.По известной площади куска поверхности S:

$$InfM(S) = \ln\frac{S}{\Delta X^2}, \qquad (3)$$

где площадь S определяется приближенно или точно, аналитически.

Такой метод вычисления прост, но информационные свойства кривых каркаса m и l здесь не учитываются.

2.Приближенным методом, с учетом задания плоских кривых $\{m_i\}$, $\{l_j\}$ во взаимно перпендикулярных плоскостях соотношением:

$$S = \bar{l} \times \bar{m}, \qquad (4)$$

где $\bar{l}$ и $\bar{m}$ – некоторые средние длины кривых двух семейств каркаса

Если принять гипотезу возможности деформации поверхности S в плоскость, то формула (4) определяет площадь некоторого прямоугольника со сторонами $\bar{l}$ и $\bar{m}$. Определим метрическую информацию такого прямоугольника, приняв масштаб измерения площади ΔХ2 равный единице:

$$InfM(S) = \ln(\bar{l}\,\bar{m}) = \ln(\textstyle\sum_j l_j) + \ln(\sum_i m_i) + \ln\frac{1}{nk}, \qquad (5)$$

где lj, mi – длины соответствующих кривых каркаса поверхности.

Подставляя выражения (2) и (5) в (1) получим формулу вычисления полной геометрической информации линейной каркасной поверхности:

$$\mathrm{Inf(S)} = \frac{ln\sqrt{\xi_{xi}^2+\xi_{yi}^2+\xi_{zi}^2}}{\sqrt{\xi_{xi}^2+\xi_{yi}^2+\xi_{zi}^2}} + \ln(\textstyle\sum_j l_j) + \ln(\sum_i m_i) + \ln\frac{1}{nk}. \qquad (6)$$

Введем в рассмотрение две кусочно-непрерывные кривые L и M. Кривая L состоит из n кусков lj, а кривая M из k кусков mi. Суммарные длины кривых L, M по всем кускам соответственно равны:

$$\mathrm{L} = \textstyle\sum_j l_j; \quad \mathrm{M} = \sum_i m_i. \qquad (7)$$

Тогда соотношение (6) запишется в виде:

$$\mathrm{Inf(S) = Inf\Pi(S) + InfM(L) + InfM(M)} + \ln\frac{1}{nk}. \qquad (8)$$

Поскольку все узловые точки ξ_i одновременно принадлежат кривым L и M, то учтем их в информационном балансе позиционной составляющей только одной из кривых, например, L:

$$\mathrm{Inf(S) = Inf(L) + InfM(M)} + \ln\frac{1}{nk}. \qquad (9)$$

Если информационное содержание кусочно-непрерывных кривых определено дополнительными факторами, то их можно учесть в правой части уравнения (9):

$$\mathrm{Inf(S) = Inf(L) + InfM(M)} + \ln\frac{1}{nk} + \Delta\mathrm{Inf(mi,lj)}. \qquad (10)$$

Каркасные поверхности могут быть образованы путем непрерывного перемещения некоторой линии по заданному закону [3,с.208]. Такие поверхности называют каркасно-кинематическими. В отличие от дискретных каркасных они относятся к непрерывным и определены однозначно с точностью задания независимых аргументов.

Образующая кинематической поверхности может быть постоянной, или изменять форму при перемещении в пространстве по заданному закону. Изменение ее формы обычно носит непрерывный характер.

Определитель кинематической поверхности включает две составляющие: характеристику изменения формы образующей и закон ее перемещения в пространстве:

$$\Phi = \Phi(\mathrm{q, Z(XY)}). \qquad (11)$$

Рассмотрим кусок некоторой кинематической поверхности Ф, заданной двумя семействами кривых $\{l_j\}$ и $\{m_i\}$, рис.2.

Среди множества кривых $\{m_i\}$ каркасной поверхности Ф выделим одну составляющую mk, относительно которой перемещается образующая l, занимая мгновенные положения lj.

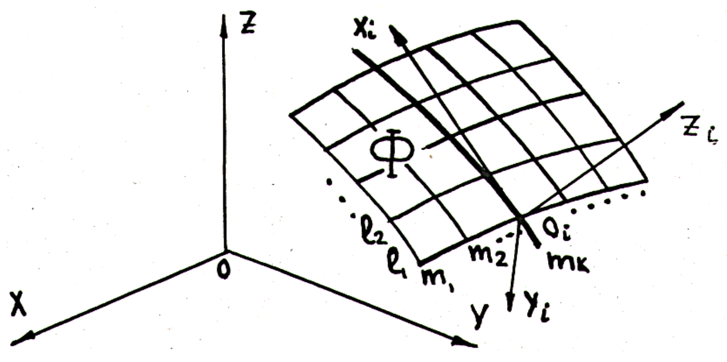

Рис.2.Задание кинематической поверхности двумя семействами кривых

Относительно точек кривых $\{l_j\}$ существует множество кривых $\{m_i\}$. В силу непрерывности поверхности Ф, можно в каждой ее точке определить пару кривых, одна из которых будет направляющей, другая мгновенной реализацией образующей [4,с.483]. С информационной точки зрения в диапазоне неопределенности независимых аргументов каждая кривая считается постоянной согласно свойству минимальной измеримости при заданном масштабе.

Предположим, что поверхность Ф образуется путем последовательной фиксации непрерывного множества образующих $\{l_j\}$ при их перемещении вдоль одной направляющей mk, рис.2. Зададим направляющую аналитической зависимостью:

$$mk = Z(xy). \tag{12}$$

Степень максимальной дискретизации кривой mk определяется величинами доверительных интервалов заданных аргументов x,y. Тогда, с информационной точки зрения, характеристика Z изменяется дискретно с шагом Δmk. Следовательно и образующая l изменяет свою форму дискретно, в соответствии с шагом дискретизации направляющей mk.

Если предположить, что функция mk = Z(xy) принимает в точках дискретизации последовательные значения Z1,Z2,…,в то время как образующая неизменна вдоль всей направляющей mk , то площадь каждой полосы Δmk поверхности Ф определится выражением:

$$\Delta Si = l\, \Delta mk\, . \tag{13}$$

Площадь всей поверхности Ф определяется суммой таких элементов по числу интервалов дискретизации направляющей mk :

$$S_{\Phi} = \sum_{N_j} l\Delta m_k, \tag{14}$$

где Nj – число интервалов дискретизации направляющей mk..

Метрическая составляющая информации куска поверхности Ф определяется по формуле:

$$\mathrm{InfM}(\Phi) = \ln\frac{l\Delta m_k N_j}{\Delta X\Delta Y}. \tag{15}$$

В каждой точке дискретизации направляющей mk введем локальные системы координат Oi Xi Yi Zi, начала которых поместим в точках дискретизации. Ось Oi Xi направим по касательной к кривой mk , ось Oi Zi - по нормали к поверхности Ф в точке дискретизации. Ось Oi Yi дополняет систему до правой тройки осей.

Масштабы измерений в системе Oi Xi Yi Zi зададим такими же, как в базовой системе отсчета: ΔXi = ΔX; ΔYi = ΔY; ΔZi = ΔZ.

Для упрощения выводов примем масштабы измерений по всем осям равными: ΔX = ΔY = ΔZ. Тогда при заданной ориентации осей локальной системы координат:

$$\Delta mk = \Delta X\, . \tag{16}$$

Параметр N_j в формуле (15) определяется через длину направляющей mk с учетом (16):

$$N_j = \frac{L(mk)}{\Delta X}\, . \tag{17}$$

Подставляя (16) и (17) в (15), с учетом свойства логарифмов, получаем сумму:

$$\mathrm{InfM}(\Phi) = \ln\frac{l\Delta m_k}{\Delta X\Delta Y} + \ln\frac{L(mk)}{\Delta X}\,, \tag{18}$$

то есть:

$$\mathrm{InfM}(\Phi) = \mathrm{InfM}(l) + \mathrm{InfM}(mk). \tag{19}$$

На основании соотношения (19) можно заключить, что метрическая составляющая геометрической информации, содержащейся в кинематической поверхности Ф равна сумме метрических информаций направляющей mk и некоторой образующей l мгновенного положения lj .

Направляющая mk помимо метрической составляющей InfM(mk) обладает позиционной информацией и информацией дифференциально-геометрических свойств [5,с.53]. Поэтому полное информационное содержание направляющей вычисляется в зависимости от выбранного метода ее задания.

Тогда информационное содержание направляющей определяется суммой:

$$\mathrm{Inf}(mk) = \mathrm{InfM}(mk) + \mathrm{Inf\Pi}(mk) + \Delta\, \mathrm{Inf}(mk)\,, \tag{20}$$

где $Inf\Pi(mk)$ – позиционная составляющая информации;

$\Delta\ Inf(mk)$ – информация, связанная с методом построения кривой mk.

Рассматривая кинематический метод построения поверхности Ф, будем считать, что образующая l непрерывно изменяется, принимая в точках дискретизации фиксированные формы li.

С учетом непрерывного характера изменения образующей, допускаем возможность ее аналитического представления в качестве функционала, аргументом которого является характеристика mk(X,Y,Z):

$$l = F(mk(x,y,z)). \quad (21)$$

Поскольку помимо метрической составляющей образующая l обладает информацией переменной формы, то ее полное информационное содержание определится суммой:

$$Inf(l) = InfM(l) + Inf(F(mk(x,y,z)). \quad (22)$$

С учетом (19) определяется полная геометрическая информация куска кинематической поверхности Ф:

$$Inf(\Phi)= Inf(mk) + Inf(l). \quad (23)$$

На основании формулы расчета полной геометрической информации кинематической поверхности (23) решаются практические задачи проектирования поверхностей. Например, определения точечной информации направляющей mk, на основании которой выбирается способ ее задания или метод построения по условию заданной точности воспроизведения поверхности Ф.

Список литературы:

1. Синицын С.А. Метод статистической аппроксимации геометрических обводов различной гладкости// Оригинальные исследования. т.10. 2020. №1. С.34-38.
2. Гусарова О.Ф., Синицын С.А. Информационные характеристики доверительных диапазонов параметров ситуационных моделей// Оригинальные исследования.т.9. 2019. №4. С.4-12.
3. Синицын С.А. Погрешность формообразования поверхности, заданной кинематическим методом. E-Scio. 2020, №2 (41), с.204-211.
4. Гусарова О.Ф. Информационно-статистический метод оценки и сравнения локальных ситуационных моделей. E-Scio. 2020.. №3(42) С. 483-485.
5. Синицын С.А. Концепция моделирования обтекаемых обводов высокоскоростного наземного транспорта // Наука и техника транспорта. – 2011. - №3. - с.52-55.

References:

1. Sinitsyn S.A. Method of statistical approximation of geometric contours of various smoothness // Original research. v.10. 2020. No. 1. P.34-38.
2. Gusarova O.F., Sinitsyn S.A. Information characteristics of confidence ranges of parameters of situational models//Original research.vol.9. 2019. No. 4. P.4-12.
3. Sinitsyn S.A. Error in forming a surface specified by the kinematic method. E-Scio. 2020, no. 2 (41), pp. 204-211.
4. Gusarova O.F. Information-statistical method for assessing and comparing local situational models. E-Scio. 2020.. No. 3(42) P. 483-485.

5. Sinitsyn S.A. The concept of modeling streamlined contours of high-speed ground transport // Science and technology of transport. – 2011. - No. 3. - p.52-55.